

AKUSTICKÉ LISTY

České akustické společnosti
www.czakustika.cz

ročník 19, číslo 1–2

červen 2013

Obsah

Usnesení Valné hromady České akustické společnosti	3
In memoriam – Ing. Václav Kozel	4
Zemřel Josef Vrána	5
Recenze knihy Computational Models of the Auditory System	6
Huygensův princip a jeho využití v akustice a optice Huygens principle – usage in acoustic and optics <i>Václav Havel, Martin Tomáš a Pavel Novotný</i>	7

ČESKÁ AKUSTICKÁ SPOLEČNOST

Usnesení Valné hromady České akustické společnosti, konané dne 24. ledna 2013 v prostorech Fakulty elektrotechnické ČVUT

Valná hromada ČsAS bere na vědomí:

1. zprávu o činnosti Rady ČsAS;
2. zprávu o uspořádání kongresu Euronoise 2012 v Praze;
3. zprávy o činnosti jednotlivých odborných skupin a o jejich dalším zaměření;
4. zprávu o přípravě 86. akustického semináře;
5. zprávu o výsledcích revize hospodaření společnosti;
6. výsledky voleb do Rady společnosti a výsledky voleb předsedů odborných skupin;
7. zprávu o usnášenischopnosti Valné hromady, 44/87;
8. informace o plnění úkolů a posílání Akustických listů a vyzývá členy k zasílání příspěvků;
9. informaci Slovenské akustické společnosti.

Pro funkční období roku 2013 byli v jednotlivých odborných skupinách zvoleni:

- A. Obecná, lineární a nelineární akustika
předseda – M. ČERVENKA zástupce – M. BEDNAŘÍK
- B. Ultrazvuk a akustické emise
předseda – J. PLOCEK zástupce – R. BÁLEK
- C. Hluk a vibrace
předseda – J. KOČÁREK zástupce – J. KOZÁK
- D. Prostorová, stavební a urbanistická akustika
předseda – M. MELLER zástupce – P. NOVÁK
- E. Zpracování a záznam akustických signálů
předseda – T. SALAVA
- F. Psychoakustika, fyziologická akustika a akustika hudby a řeči
předseda – J. G. ŠVEC
- G. Elektroakustika
předseda – Z. KEŠNER zástupce – B. SÝKORA

Valná hromada ČsAS schvaluje:

1. zprávu o činnosti Rady za kalendářní rok 2012 a uděluje Radě absolutorium;
2. zprávu o hospodaření společnosti za kalendářní rok 2012;
3. výši členských příspěvků na rok 2013 (500 Kč pro členy, 150 Kč pro studenty a důchodce);
4. činnost Rady a odborných skupin v roce 2012.

Valná hromada ukládá nově zvolené Radě společnosti na kalendářní rok 2013:

1. pokračovat v odborné a organizační činnosti i v zahraničních kontaktech a v rozvíjení spolupráce;
2. věnovat pozornost pořádání odborných akcí a pravidelných seminářů odborných skupin;
3. nadále rozvíjet vydávání Akustických listů;
4. připravit změny usnášenischopnosti Valné hromady.

Valná hromada ukládá nově zvoleným předsedům odborných skupin na kalendářní rok 2013:

1. publikovat informace o připravovaných aktivitách skupin v Akustických listech a na webové stránce s předstihem tak, aby se zájemci mohli včas na akce přihlašovat.

Valná hromada doporučuje Radě ČsAS:

1. pravidelně se zabývat činností a plánem akcí odborných skupin;
2. pravidelně se zabývat plánem a zaměřením konaných akustických konferencí;
3. poskytovat možnost finančních výhod členům společnosti, např. nižšími sazbami vložného na akcích pořádaných společností;
4. zvážit možnost uložení peněz společnosti na výhodnější termínovaný účet.

Výsledky voleb do Rady České akustické společnosti:

Počet vydaných platných hlasovacích lístků: 44

Odevzdáno platných hlasovacích lístků: 44

předseda:	O. JIŘÍČEK	44
místopředseda:	V. KUNZL	44
sekretář:	M. BROTHÁNEK	44
hospodář:	O. KUDĚJOVÁ	44
revizní komise:	J. KOZÁK	44
	T. HELLMUTH	44
	D. POTUŽNÍKOVÁ	44

Návrh usnesení sestavila návrhová komise ve složení M. Meller a P. Urban.

In memoriam – Ing. Václav Kozel



Ing. Václav Kozel zemřel po dlouhé těžké nemoci 19. března 2013 ve věku 75 let.

Narodil se v září 1937 v Přerově nad Labem. Po maturitě na gymnáziu v Českém Brodě nastoupil v roce 1955 do Výzkumného ústavu spojů, ze kterého se později vyčlenil Výzkumný ústav rozhlasu a televize (VÚRT). Při zaměstnání v roce 1961 absolvoval Vyšší průmyslovou školu slaboproudé techniky v Panské ulici a v roce 1969 úspěšně dokončil studium na Fakultě elektrotechnické ČVUT. Ve VÚRTu pracoval až do jeho zrušení ke konci roku 1997, kdy spolu se svými kolegy z akustické skupiny přešel do projektového ateliéru Kinotechniky Praha. Od podzimu roku 2001 působil ve firmě SONING.

Ve VÚRTu byl řešitelem řady výzkumných i praktických úkolů. Spolu se svými kolegy Ing. Burkoněm, Ing. Minaříkem, Ing. Hyanem a Jiřím Veselým se podílel na realizaci výstavby televizních a rozhlasových středisek a studií v Praze i jinde. Po roce 1989 se rovněž zabýval akustickou problematikou nově vznikajících soukromých televizních a rozhlasových stanic, nahrávacích studií, kin, multikin, divadel, přednáškových sálů apod.

Během své dlouholeté činnosti byl autorem a spoluautorem odborných publikací. S kolegy z VÚRTu vydal v roce 1992 obsáhlý katalog akustických obkladových materiálů. Ve spolupráci s prof. J. Vavroukem z Fakulty architektury VUT v Brně se v roce 1998 podílel na vydání publikace Akustika staveb a tematicky ucelené knihy Urbanistická, stavební a prostorová akustika, která je dodnes kuchařkou akustiky.

Byl skvělým odborníkem, který vždy hledal a našel řešení i sebesložitějších problémů. Tam, kde ostatní se znalostmi končili, pokračoval řešením, o kterém četl před x lety v dávno zapomenuté nebo neznámé literatuře. Po chvilce byly před ním na papíře vzorce, výpočty i návrh praktického řešení, který po realizaci vedl k vytčenému cíli. Ovládal jak teorii, tak její praktické využití. Aktivně pracoval až do svých 72 let.

Neustále se vzdělával a zdokonaloval ve svém oboru i všestranném rozhledu. Několik let studoval na univerzitě třetího věku historii a umělecké obory. Nevynechal ani příležitost zahrát si volejbal se starou gardou bývalých pracovníků VÚRTu či účast na sportovních a turistických akcích.

Václav Kozel byl čestný, pracovitý a přitom velmi skromný člověk, který miloval svou rodinu a žil pro ni. Jako jeho dlouholeté kolegy nás těší, že jsme s ním mohli spolupracovat a že se s námi nezištně dělil o své bohaté zkušenosti a vědomosti. Navíc i v lidské rovině nám s ním bylo velmi dobře. Nikdy nezkažil zábavu a jeho srdce tlouklo pro všechny lidi na správném místě.

V Ing. Václavu Kozlovi jsme ztratili vynikajícího akustika, především však skvělého člověka a kolegu.

Jana Faitová, Václav Moulík, Petr Novák

Zemřel Josef Vrána

RNDr. Josef Vrána, CSc., se narodil 16. března 1941 ve Včelarech v okrese Uherské Hradiště.

Po maturitě na jedenáctileté střední škole studoval v letech 1958 až 1963 na Přírodovědecké fakultě Masarykovy univerzity v Brně (tehdy Univerzita J. E. Purkyně). V letech 1962–1963 při studiu na této univerzitě zastával na Katedře elektroniky a vakuové fyziky funkci asistenta na poloviční úvazek. Po ukončení studia nastoupil jako inženýr-asistent do Výzkumného ústavu pro práškovou metalurgii v Šumperku, kde se zabýval rentgenostrukturní analýzou. Po dvou letech, 16. listopadu 1964, nastoupil do laboratoře stavební akustiky zlínského pracoviště Výzkumného ústavu pozemních staveb (VÚPS, nyní Centrum stavebního inženýrství, a.s.) a stavební akustika se stala jeho životním osudem a zálibou. Už jako zaměstnanec tohoto ústavu završil studium na Masarykově univerzitě v Brně rigorózní zkouškou, na jejímž základě mu byl udělen akademický titul doktor přírodních věd v oboru fyzikálně-matematických věd. V té době byly na zlínském pracovišti Výzkumného ústavu pozemních staveb Praha uvedeny do provozu první „akustické komory“ v Československu, stavebně akustické laboratoře s potlačeným přenosem zvuku vedlejšími cestami. Josef Vrána se v r. 1967 aktivně účastnil jejich uvedení do běžného provozu výzkumnou prací „Difuzita akustického pole a boční šíření zvuku ve zvukových komorách VÚPS ve Zlíně“.

Na zlínském pracovišti VÚPS, který se transformoval do akciové společnosti Centrum stavebního inženýrství, se zúčastnil celé řady výzkumných projektů, jejichž výsledky publikoval ve více než padesáti statích v odborných časopisech, ve sbornících z konferencí a seminářů a ve výzkumných zprávách.

Byl spoluautorem dvou monografií týkajících se snižování hluku v průmyslových závodech a stavebně fyzikálních vlastností střech. Výsledky své práce prezentoval před odbornou akustickou i širší stavební technickou veřejností na řadě seminářů a konferencí. Byl dlouholetým členem České akustické společnosti, členem revizní komise Svazu zkušeben pro výstavbu, po řadu let členem technické normalizační komise Akustika. Byl spoluautorem řady technických norem z oblasti stavební akustiky a držitelem certifikátu auditora kvality.

Od roku 2001 až do svého náhlého skonu 24. února 2013 byl vedoucím zlínského pracoviště Centra stavebního inženýrství, a.s. Znali jsme ho jako respektovaného odborníka, spolehlivého kamaráda, skutečného chlapa. A takovým zůstane v našich vzpomínkách.



Spolupracovníci a redakce

Computational Models of the Auditory System

Editori: R. Meddis, E. A. Lopez-Poveda, A. N. Popper, R. R. Fay

Vydání: první.

Počet stran: 290.

Springer Handbook of Auditory Research

svazek 35.

Vydal Springer US, 2010.

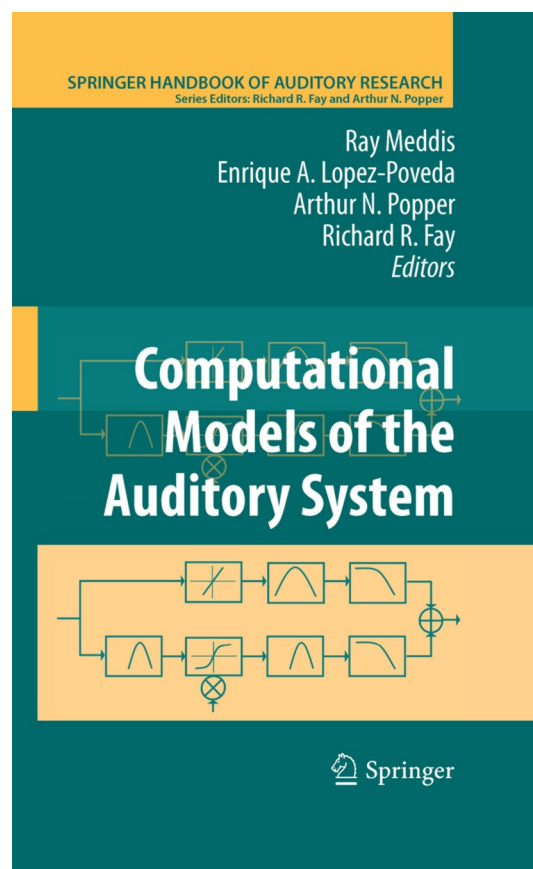
ISBN: 978-1-4419-1370-8

V nedávné době vyšel v sérii *Springer Handbook of Auditory Research* zajímavý svazek shrnující v deseti kapitolách současný stav modelování sluchové dráhy od vnějšího ucha až po sluchovou kůru.

Po nezbytném úvodu následuje kapitola o modelech sluchové periferie. Zabývá se přenosovou funkcí hlavy, vnějším a středním uchem, zpracováním podnětu v hlemýždi, vláskovými buňkami a synapsí se sluchovým nervem. Samostatné partie jsou dále věnovány kochleárnímu jádru, komplexu olivy superior, inferior colliculu a sluchové kůře. Za vyzdvihnutí stojí především kapitola o inferior colliculu. Dotýká se nejen lokalizace zvuku, ale též Haasova jevu, citlivosti na amplitudovou modulaci a extrakce výšky komplexního tónu. Kapitola o sluchové kůře informuje spíše o kůře jako takové, méně pak o jejích modelech, přesto není bez zajímavosti. Seznamuje čtenáře s reprezentací vokalizací, řeči, výšky tónu a hudby, pojednává o extrakci časospektrálních vlastností podnětu či o perceptuálním seskupování. Po modelech jednotlivých úrovní sluchové dráhy následují kapitoly zabývající se praktičtějšími aspekty: modelováním poruch sluchu, separací a identifikací zdrojů zvuku, kódováním informace v kochleárních implantátech a možnostmi modelů slyšení v mikročipech. Kniha ukazuje obecný problém modelování tak komplexního systému, jako je sluchová dráha: modely jsou často jednostranné a úzce zaměřené na reprodukci jednoho vybraného jevu. Jejich přímé využití například pro univerzální model slyšení je tedy problematické, což v největší míře platí pro modely centrální části sluchové dráhy.

Představené modely se snaží o propojení fyziologie a psychofyziky, neboť respektují psychofyzikální poznatky i anatomickou stavbu sluchové dráhy. Každá kapitola začíná přehledem relevantní fyziologie a psychofyziky, kde čtenář najde široký soubor odkazů na literaturu. Kniha tedy může sloužit jako rozcestník pro mnoho směrů výzkumu v oblasti sluchu a slyšení. Rešerše zdrojů však není zcela vyčerpávající a v přehledu některé důležité práce chybí. Text je také místy tendenčně zaměřen na modely vyvinuté autory a editory svazku. Kniha je dílem kolektivu, je tudíž patrný odlišný přístup autorů jednotlivých kapitol. Přes určité nedostatky jde nicméně o solidní práci, která k sobě šíří svého záběru těžko bude hledat alternativu. Knihu lze rozhodně doporučit všem, kdo se zajímají o slyšení a jeho vztah k technickým vědám.

Zbyněk Bureš



Huygensův princip a jeho využití v akustice a optice

Václav Havel, Martin Tomáš a Pavel Novotný

Nové technologie – výzkumné centrum, Západočeská univerzita v Plzni, Univerzitní 8, 306 14 Plzeň
e-mail: mtomas@ntc.zcu.cz

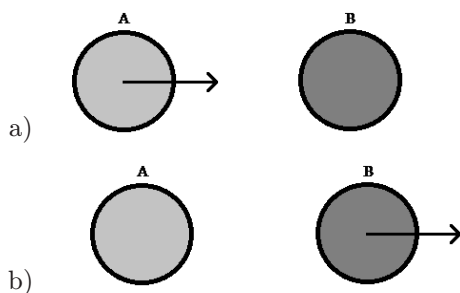
This paper deals with a mathematical description of the Huygens principle and its geometrical consequence. This description has some limitations. Several used descriptions of the Huygens principle are shown in this article; i.e. Kirchhoff's method, application of the Green's function and direct solution of the wave equation. Possible application of the Huygens principle in acoustic and optics is discussed at the end of this article.

1. Úvod do problematiky

Každý, kdo na střední škole studoval fyziku, se jistě seznámil s Huygensovým principem [1]. Je to jeden ze základních zákonů vlnového pohybu a zní takto:

Každý bod, do něhož se vlnění dostane v čase t , se stává zdrojem elementárního vlnění, které se šíří v kulových vlnoplochách. Výsledná vlnoplocha v následujícím okamžiku $(t + \Delta t)$ je obálkou těchto elementárních vlnoploch.

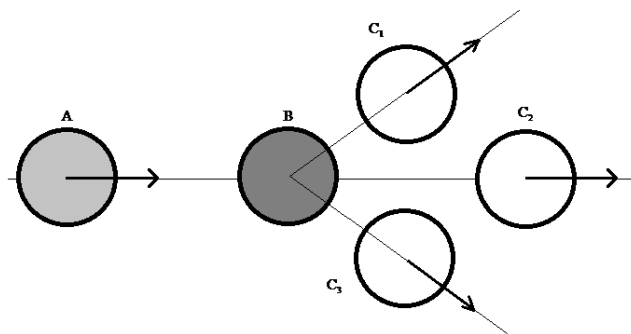
Pochopitelně si lze položit otázku, jak Huygens dospěl k formulaci tak obecného zákona, který se ve fyzice udržel prakticky beze změny téměř čtyři století. Byla to geniální intuice, nebo výsledek soustavného pozorování vlastností povrchových vodních vln? Pokud můžeme věřit, že Huygens netažil své původní myšlenky a publikoval je v roce 1690 ve svém spisu „Traktát o světle“ (Traité de la Lumière), spočívá základ jeho principu v mechanickém modelu šíření světla. Huygens srovnává vlastnosti světla a zvuku. Vidí shodné i rozdílné znaky těchto vlnivých procesů. Jde zejména o to, že se světlo šíří i ve vakuu. Huygens připomíná Torricelliho pokus a průchod světla částí trubice, kde se nad hladinou rtuti nachází vakuum. Dále je to ohromná rychlost světla, která v té době byla přibližně známa z Romerových pozorování. Zatímco o rychlosti zvuku měl Huygens správnou představu a odhadoval ji (měřeno v dnešních jednotkách) asi na 350 m/s, rychlost světla byla značně podceněna a odhadnuta na 212 222 km/s. Huygens ovšem správně považuje za rozhodující skutečnost, že rychlost světla je konečná. Velmi podrobné informace o matematickém popisu Huygensova principu lze nalézt v [2–4].



Obrázek 1: Situace před rázem (a) a po něm (b)

Huygens vycházel z rozšířené představy, že se světlo šíří ve zvláštním prostředí – světelném éteru. Ten vyplňuje vakuum i všechna látková tělesa. O éteru Huygens předpokládá, že je tvořen shodnými kulovitými částicemi, které jsou dokonale pružné. Narazí-li pohybující se koule centrálně na stejnou kouli nacházející se v klidu (obrázek 1a), vymění si rychlosti a zprvu klidná částice pokračuje v pohybu původním směrem stejnou rychlostí, jakou měla první koule (obrázek 1b).

Centrální ráz je však značně idealizovaná představa, která v reálném případě téměř nikdy nenastane.



Obrázek 2: Šíření světelného rozruchu

Jak si Huygens vysvětloval šíření světelného rozruchu, je patrné z obrázku 2. Koule A narazí na kouli B a ta na koule C_1 , C_2 a C_3 .

Tento myšlenkový postup také vysvětluje důvod vedoucí Huygense k tomu, aby se vůbec nezabýval tím, proč se rozruch nešíří opačným směrem. Při tomto výkladu využil své znalosti o zákonech pružného rázu. Touto ryze mechanickou problematikou se Huygens zabýval několik let předtím. Je si ovšem třeba uvědomit, že toto mechanické pojetí vedlo k představě o podélném charakteru světelného vlnění a teprve objev polarizace znamenal potřebu tento názor změnit.

2. Matematické odůvodnění Huygensova principu

Při matematickém odůvodnění platnosti Huygensova principu musíme vzít v úvahu dvě okolnosti. Je to především

geometrická stránka, kde je nutno zaměřit se na důkaz, že existuje obálka elementárních vlnoploch, kterou lze ztotožnit s vlnoplochou v následujícím časovém okamžiku. Dále je to důkaz, že se vlnění šíří směrem původní vlny a ve zpětném směru se interferencí zruší.

Pohyb koulí nahradíme šířením vlny. Podle průkopníků nauky o vlnění to může být světelná vlna v éteru, příčná vlna na klidné vodní hladině nebo zvuk ve vzduchu.

2.1. Geometrický význam Huygensova principu

Budeme předpokládat, že v čase t dospělo vlnění na plochu

$$\chi(\xi, \eta, \zeta) = 0, \quad (1)$$

každý bod této plochy (veličiny ξ, η, ζ a x, y, z se vztahují k témuž souřadnicovému trojhranu) se stává zdrojem rozruchu, z něhož se šíří kulové vlnoplochy (předpokládáme prostředí alespoň lokálně homogenní). Soustava těchto elementárních vlnoploch má rovnici

$$\varphi(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2 - r^2 = 0, \quad (2)$$

kde $r = c\Delta t$. Ze vztahu (1) ovšem vyplývá, že $\zeta = f(\xi, \eta)$. Vztah (2) je tudíž dvouparametrickou rovnicí soustavy elementárních vlnoploch. Za parametry zvolíme dvě souřadnice ξ, η původní vlnoplochy. Obálku takové soustavy lze vypočítat známým postupem, např. [5]. Především musí být parciální derivace podle obou parametrů ξ a η nulové, tj.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = 0. \quad (3)$$

To po výpočtu představuje vztahy

$$\begin{aligned} x - \xi &= -(z - f(\xi, \eta)) \frac{\partial f(\xi, \eta)}{\partial \xi}, \\ y - \eta &= -(z - f(\xi, \eta)) \frac{\partial f(\xi, \eta)}{\partial \eta}. \end{aligned} \quad (4)$$

Přidáme-li k této soustavě vztah pro ζ , můžeme vypočítat celou trojici ξ, η, ζ a tyto veličiny dosadit do (2). Tak získáme rovnici obálek uvedené soustavy elementárních vlnoploch ve tvaru

$$\psi(x, y, z) = 0. \quad (5)$$

Tento obecný postup uplatníme na dvou fyzikálně nejdůležitějších případech – při výchozí vlnoploše rovině a kulové.

Rovinná vlnoplocha Rovnici výchozí vlnoplochy vyjádříme ve tvaru $\zeta = 0$. Soustava elementárních vlnoploch bude určena rovnicí

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2 = r^2 \quad (6)$$

a odtud po parciálním derivování a s přihlédnutím k (3) dostaneme očekávané rovnice dvou obálek

$$z = \pm r. \quad (7)$$

To jsou roviny rovnoběžné s výchozí rovinou ve vzdálenosti $r = c\Delta t$. Je-li jedna z těchto vlnoploch ve směru šíření vlny, druhá nutně představuje vlnu šířící se opačným směrem. Vyloučení této „druhé“ vlny je úkolem fyzikálního přístupu k této problematice.

Kulová vlnoplocha Rovnici výchozí kulové vlnoplochy vyjádříme ve tvaru

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = R^2, \quad (8)$$

kde $R = ct$. Soustava elementárních vlnoploch bude určena opět dvouparametrickou funkcí

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2 = r^2, \quad (9)$$

kde $r = c\Delta t$ a $\zeta = f(\xi, \eta) = \pm \sqrt{R^2 - \xi^2 - \eta^2}$. Parametry jsou zde opět ξ a η . Po provedení parciálních derivací funkce $\phi(x, y, z, \xi, \eta)$ a po úpravě dostaneme opět vztahy (4).

Sem dosadíme výsledky parciálního derivování funkce $f(\xi, \eta)$

$$\frac{\partial f(\xi, \eta)}{\partial \xi} = -\frac{\xi}{\zeta}, \quad \frac{\partial f(\xi, \eta)}{\partial \eta} = -\frac{\eta}{\zeta}. \quad (10)$$

Po dosazení do (4) bude

$$x - \xi = -(z - \zeta) \cdot \left(-\frac{\xi}{\zeta}\right), \quad (11a)$$

$$y - \eta = -(z - \zeta) \cdot \left(-\frac{\eta}{\zeta}\right). \quad (11b)$$

Odtud vypočítáme x a y , takže

$$x = \frac{\xi z}{\zeta}, \quad y = \frac{\eta z}{\zeta}.$$

Vypočítáme odtud ξ a η

$$\xi = \frac{x\zeta}{z}, \quad \eta = \frac{y\zeta}{z}. \quad (12)$$

Dále dosadíme vztahy (11) do (9) a po úpravě získáme vztah

$$(z - \zeta)^2 (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) = r^2 \zeta^2. \quad (13)$$

Výraz ve druhé kulaté závorce je však podle (8) roven R^2 . Výsledkem proto po odmocnění bude

$$z - \zeta = \pm \frac{r\zeta}{R}.$$

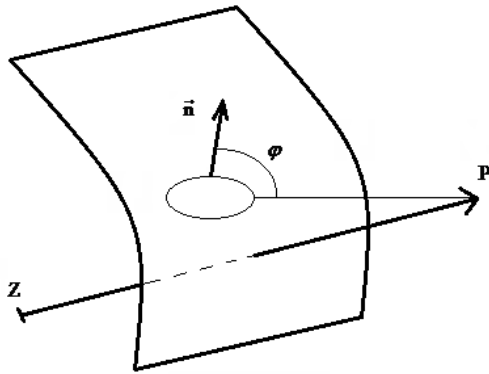
Dále vypočítáme ζ a spolu s výrazy (12) dosadíme do (8). Po úpravě přicházíme k výslednému vztahu

$$x^2 + y^2 + z^2 = (R \pm r)^2.$$

To je intuitivně očekávaný výsledek, ukazující, že výslednými vlnoplochami jsou opět koule. Výběr kladného znaménka souvisí s důkazem, že vlnění postupuje stále jedním směrem. Význam těchto dvou příkladů spočívá v tom,

že ukazují správnost výše uvedeného obecného odvození obálky elementárních vlnoploch.

Jeden ze zakladatelů fyzikální optiky, francouzský učenec Augustin-Jean Fresnel, rozpoznal v Huygensově principu neocenitelný nástroj pro vysvětlení četných jevů optiky, zejména jevů ohybových [6]. Upravil znění tohoto principu tak, aby odpovídal šíření světelné vlny. Ke sčítání amplitud elementárního vlnění využil integrálního počtu, zohlednil fáze skládaných vlnění a úhel, pod kterým vlnění přichází do bodu pozorování. Jeho formulace Huygensova principu se dá vyjádřit takto: „Kmitání světelné vlny může být v každém svém bodě posuzováno jako součet elementárních pohybů, které jsou vyvolány všemi částmi této vlny v nějakém předcházejícím okamžiku.“ Fresnel se v poznámce ke vzniku ohybu pokouší vysvětlit, proč se zruší vlna, která by postupovala proti směru šíření.



Obrázek 3: Fresnelova představa šíření světelné vlny

Ukazuje se, že příspěvky k výsledné amplitudě jsou úměrné kosinu úhlu, který svírá normála vedená k elementu původní vlnoplochy s paprskem spojujícím zdroj vlnění s bodem skládání na výsledné vlnoploše (obrázek 3). Fresnelův pokus o matematický výklad Huygensova principu však nelze považovat za exaktní důkaz.

3. Základní myšlenky matematického důkazu Huygensova principu

Abychom mohli deduktivně dokázat Huygensův princip, je nutno najít obecnější charakteristiku vlnění. Tou je vlnová diferenciální rovnice, kterou můžeme získat z empirického vyjádření vlnivého pohybu v rovinné vlně. Stav vlnění v bodě $\vec{r}$ a v čase t udáme ve tvaru

$$\begin{aligned} u(\vec{r}, t) &= A \exp \left[-i\omega \left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{c} \right) \right] \\ &= A \exp(-i\omega t) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}). \end{aligned} \quad (14)$$

Zde A je amplituda vlnění, ω je úhlová frekvence, $\vec{s}$ je jednotkový vektor ve směru šíření vlny a $\vec{k} = (\omega/c) \cdot \vec{s}$ je

vlnový vektor. Provedeme dvakrát parciální derivaci tohoto vztahu podle času a dostaneme

$$\frac{\partial^2 u(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = -\omega^2 u(\vec{r}, t). \quad (15)$$

Potom na výchylku $u(\vec{r}, t)$ aplikujeme laplasián (v podobě $\text{div grad} = \nabla \cdot \nabla = \nabla^2$), takže bude

$$\nabla^2 u(\vec{r}, t) = -\frac{\omega^2}{c^2} u(\vec{r}, t). \quad (16)$$

Vyloučíme-li ze vztahů (15) a (16) výraz $-\omega^2 u(\vec{r}, t)$, dostaneme parciální diferenciální rovnici, známou jako vlnová rovnice

$$\nabla^2 u(\vec{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(\vec{r}, t)}{\partial t^2}. \quad (17)$$

Můžeme ovšem oddělit ve funkci $u(\vec{r}, t)$ prostorovou a časovou část, jak je to naznačeno ve vztahu (14)

$$u(\vec{r}, t) = \exp(-i\omega t) u(\vec{r}). \quad (18)$$

Prostorová část této funkce vyhovuje potom vztahu

$$\nabla^2 u(\vec{r}) = -k^2 u(\vec{r}). \quad (19)$$

Zaměříme se nejprve na postup vypracovaný Kirchhoffem [7]. Jeho základní postup poněkud připomíná řešení Dirichletovy úlohy pro parciální diferenciální rovnici. Pro tuto úlohu je charakteristické, že hledáme řešení parciální diferenciální rovnice uvnitř nějaké oblasti, která je uzavřena spojitou plochou a na této ploše jsou udány hodnoty hledané funkce a její derivace ve směru vnitřní normály. Zde uváděný Kirchhoffův postup je však poněkud modifikovaný. Je zajímavé, že Kirchhoff ve své původní práci užil funkce, kterou dnes známe jako Diracovu δ -funkci a kterou lze též popsat jako tzv. distribuci.

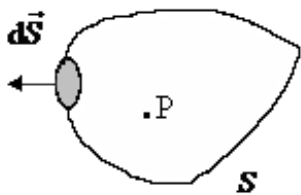
Při dalších výpočtech vyjdeme, stejně jako Kirchhoff, ze vztahu, který je znám jako Greenova věta vektorové analýzy. Jsou-li $u(\vec{r})$ a $v(\vec{r})$ dvě funkce představující nějaká skalární pole a jsou spojitě a mají spojitou první a druhou parciální derivaci podle všech tří souřadnic, platí vztah

$$\int_{(V)} (u \nabla^2 v - v \nabla^2 u) dV = \oint_{(S)} (u \nabla v - v \nabla u) d\vec{S}. \quad (20)$$

Zde V je objem uzavřený plochou S . Pro obě funkce navíc požadujeme, aby neměly v oboru integrace nebo na jeho hranici singularitu. Předpokládáme-li, že obě funkce splňují vztah (19), bude levá strana Greenovy poučky nulová, neboť $-uk^2v - (-vk^2u) = 0$, a dostáváme

$$\oint_{(S)} (u \nabla v - v \nabla u) d\vec{S} = 0. \quad (21)$$

Tento vztah použijeme, abychom našli hodnotu funkce $u(\vec{r}_P) = u_0$ v nějakém bodě P , nacházejícím se uvnitř oblasti vymezené plochou S . Situace je zobrazena na obrázku 4.



Obrázek 4: Vymezení plošného elementu

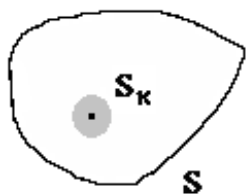
Vztah (21) dále upravíme na obvyklý tvar. Náhradní vektor plochy vyjádříme ve tvaru $d\vec{S} = -\vec{n} dS$, kde $\vec{n}$ je jednotkový normálový vektor, orientovaný jako $-d\vec{S}$, tedy dovnitř sledovaného objemu. Upravíme pomocí tohoto vyjádření plošného elementu vztah (21)

$$\oint_{(S)} (u \nabla v - v \nabla u) \vec{n} dS = \oint_{(S)} (u \vec{n} \nabla v - v \vec{n} \nabla u) dS.$$

Výraz $\vec{n} \nabla v$ představuje směrovou derivaci ve směru normály, tedy $\partial v / \partial n$. Potom vztah (21) dostane tvar

$$\oint_{(S)} \left(u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) dS = 0. \quad (22)$$

Tento vztah můžeme užít na dvě funkce $u(\vec{r})$ a $v(\vec{r})$, z nichž první představuje akustickou výchylku a druhou zvolíme ve tvaru virtuální kulové vlny, která může být zapsána ve tvaru $v = \exp(-ikr)/r$ (zde bylo zvoleno znaménko u imaginární jednotky záporné, což nic nemění na dalších výpočtech). Tato funkce užitá Kirchhoffem nepředstavuje žádnou fyzikální realitu a má, jak uvádí Sommerfeld [8], pouze matematický význam. Také tato funkce ovšem vyhovuje vlnové rovnici (19). Zvolíme-li bod P za počátek soustavy souřadnic, bude mít funkce $v(\vec{r})$ v bodě P singularitu a vztahu (22) nelze užít. Tento nedostatek se dá odstranit tak, že kolem bodu P opišeme malou kouli S_k a tu vyjme z integračního oboru. To je naznačeno v obrázku 5.



Obrázek 5: Vymezení oblasti okolo bodu P

Potom se integrál ve vztahu (22) rozpadne na dva

$$\begin{aligned} & \oint_{(S)} \left\{ u \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{\exp(-ikr)}{r} \right] - \frac{\exp(-ikr)}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial n} \right\} dS + \\ & \oint_{(S_k)} \left\{ u \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{\exp(-ikr)}{r} \right] - \frac{\exp(-ikr)}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial n} \right\} dS = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Vypočteme nejprve druhý integrál v tomto vztahu. Uvědomíme-li si, že normála ke kouli musí mířit do integračního oboru a směřuje tudíž do počátku, bude $\partial/\partial n = -\partial/\partial r$. Integrál tedy bude

$$- \oint_{(S_k)} \left\{ u \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\exp(-ikr)}{r} \right] - \frac{\exp(-ikr)}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \right\} dS.$$

Vypočteme naznačenou derivaci, takže

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\exp(-ikr)}{r} \right] = \frac{-ikr \exp(-ikr) - \exp(-ikr)}{r^2}.$$

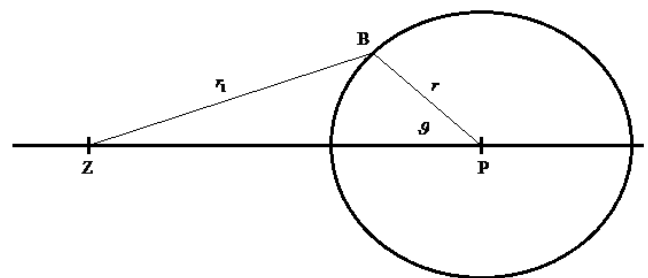
Dosadíme-li dále za $dS = r^2 d\Omega$, kde $d\Omega$ představuje element prostorového úhlu, pod nímž je vidět z počátku ploška dS , bude integrál přes plochu koule roven výrazu

$$- \oint_{(S_k)} \left\{ u [ikr \exp(-ikr) + \exp(-ikr)] + r \exp(-ikr) \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \right\} d\Omega. \quad (24)$$

Ve vztahu (24) přejdeme k limitě pro $r \rightarrow 0$ a provedeme integraci. Potom výraz (24) nabývá hodnoty $-4\pi u_0$. Zde u_0 je akustická výchylka v počátku. Získanou hodnotu dosadíme do výrazu (23) a po úpravě bude

$$u_0 = \frac{1}{4\pi} \oint_{(S)} \left\{ u \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{\exp(-ikr)}{r} \right] - \frac{\exp(-ikr)}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial n} \right\} dS. \quad (25)$$

V následujícím příkladu ukážeme, že pro případ, kdy bodový zdroj vysílá vlnění do bodu pozorování, dává vzorec (25) očekávaný výsledek. Vyjdeme z obrázku 6.



Obrázek 6: Šíření kulové vlny

Zde se v bodě Z nachází bodový zdroj vlnění, bod P je bod, v němž budeme vlnění posuzovat a počítat. Vzdálenost zdroje od bodu pozorování označíme $ZP = a$. Vycházejí-li ze zdroje kulové vlny, musí být stav vlnění v bodě P dán vztahem

$$u = A \frac{\exp(-ika)}{a}. \quad (26)$$

Pokusíme se ukázat, že výpočtem podle vztahu (25) přijdeme k téže hodnotě. Ze zdroje Z vycházející vlna dá v bodě B amplitudu $u = A \exp(-ikr')/r'$. Jako plochu integrace ve vztahu (25) zvolíme kouli se středem v bodě

P a poloměrem r . Bude podobně jako výše $dr/dn = -1$. Plošný element nacházející se v bodě B má od zdroje vzdálenost r' , která se dá vyjádřit pomocí kosinové věty ve tvaru $r'^2 = a^2 + r^2 - 2ar \cos \vartheta$. Vypočítáme dále derivaci tohoto výrazu podle n . Postupnými úpravami (za předpokladu konstantního a a ϑ) obdržíme

$$\frac{dr'}{dn} = -\frac{r - a \cos \vartheta}{r'} = \frac{a^2 - r^2 - r'^2}{2rr'}.$$

Plošný element vyjádříme ve sférických souřadnicích s osou PZ ve tvaru

$$dS = 2\pi r^2 \sin \vartheta d\vartheta = \frac{2\pi r r' dr'}{a}.$$

Integrál (25) se rozpadne na součet integrálů a integrační meze budou $(a - r)$ a $(a + r)$. Po dosazení za u a provedení derivací v integrandu vztahu (25) obdržíme

$$u_0 = \frac{A}{2a} \exp(-ikr) \int_{a-r}^{a+r} \left\{ \exp(-ikr') \times \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r} \cdot \frac{ikr' + 1}{r'^2} \cdot \frac{a^2 - r^2 - r'^2}{2r'} \right) \right\} r' dr'.$$

Vypočítáme tento integrál, takže

$$u_0 = -\frac{A \exp(-ikr)}{2a} \left[\exp(-ikr') \frac{a^2 - (r' - r)^2}{2rr'} \right]_{a-r}^{a+r}.$$

Dosadíme integrační meze a upravíme získaný výraz

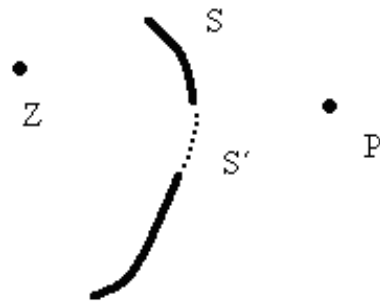
$$u_0 = -\frac{A \exp(-ikr)}{2a} \left\{ \exp[-ik(a+r)] \frac{a^2 - a^2}{2r(a+r)} - \exp[-ik(a-r)] \frac{a^2 - (a-2r)^2}{2r(a+r)} \right\}. \quad (27)$$

První člen ve složené závorce je nulový, druhý je roven dvěma. Konečná úprava pak dává

$$u_0 = \frac{A \exp(-ika)}{a}. \quad (28)$$

To je ovšem shodné s (26). Kirchhoffův vzorec dal v tomto případě správnou hodnotu. Kromě toho vidíme, že dosazení horní meze dává nulovou hodnotu, jak je zřejmé ze vztahu (27). To je právě vyjádřením skutečnosti, že složením elementárních vln proti směru šíření vlny dostáváme nulovou akustickou výchylku.

Zdalo by se, že Kirchhoffův vzorec (25) dává správné výsledky při výpočtu akustických výchylek jako složení elementárních vlnění. Především je třeba si uvědomit, za jakých okolností byl vzorec odvozen. Nevyřčeným předpokladem bylo, že z bodu pozorování je viditelná celá uzavřená plocha. Jak tomu však bude, když volnému šíření vlnění brání nějaká překážka? Krajním případem je, když z celé vlnoplochy je volná jen malá část, daná otvorem



Obrázek 7: Šíření vlnění přes překážku

v souvislé překážce. Na obrázku 7 je znázorněn takový případ.

Zde je opět v bodě Z zdroj vlnění a bod P je bodem pozorování. Z uzavřené plochy S je zakreslena plnou čarou její část představující překážku, čárkovaně je zakreslen otvor. Kdybychom i na tento případ chtěli aplikovat Kirchhoffův vzorec, narazíme na zásadní matematické obtíže. Podle zobecněné Riemannovy věty je řešení vlnové rovnice vždy nulové v prostorové oblasti, v níž je na souvislé části plochy výchylka i její derivace nulová. I když je z názoru zřejmé, že amplituda vlny v bodě P nemusí být nulová, nelze bez dalších úvah použít Kirchhoffův vzorec. Příčinou zjevného nesouhlasu přesné matematické úvahy a fyzikální reality je nekorektní zadání okrajových podmínek. Na hraně mezi stínítkem a otvorem se amplituda nemění skokem z nuly na konečnou hodnotu. Je ovšem skutečností, že při praktických výpočtech v takových situacích (ohybové jevy) se obvykle nepoužívá Kirchhoffův vzorec, ale rozdělení otvoru na Fresnelovy zóny a výsledná hodnota u_0 se získá jako superpozice dílčích příspěvků (zohledňujících fázi) od těchto jednotlivých zón.

Východisko z této situace získáme, když Kirchhoffův integrál užijeme na funkci

$$w = u - u',$$

kde u a u' jsou dvě analytická řešení třírozměrné vlnové rovnice. Potom jsou podle Sommerfelda obě řešení identická v celém prostoru, když alespoň na ploše S (obrázek 7) je splněno $u = u'$ a $\partial u / \partial n = \partial u' / \partial n$. Okrajové podmínky $u = 0$, $\partial u / \partial n = 0$.

4. Využití Greenovy funkce k získání matematického vyjádření Huygensova principu

Abychom vyloučili matematický rozpor obsažený v Kirchhoffově vztahu, ale také zjednodušili vlastní výpočet, využijeme postup popsáný Sommerfeldem v [8]. Pro celkovou

plochu integrace, sestávající z části S (stínítko) a části S' (otvor), zavedeme Greenovu funkci G touto definicí:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \nabla^2 G + k^2 G = 0, \\ \text{b) } & G = 0 \quad \text{na } S \text{ i } S', \\ \text{c) } & G \rightarrow u \quad \text{pro } r \rightarrow 0, \\ \text{d) } & r \left(\frac{\partial G}{\partial n} - ikG \right) \rightarrow 0 \quad \text{pro } r \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (29)$$

Zde r opět znamená vzdálenost od bodu P . Vztah d) je tzv. vyzařovací podmínka. Funkce G má singularitu jen v bodě P , jinak je spojitá. Čím se liší takto zavedená funkce od vztahu pro kulovou vlnu $v = A \exp(-ikr')/rr'$? Je to především podmínka b), která má za následek, že ve vztahu (25) vypadne člen $s \partial u / \partial n$. Je zřejmé, že funkci G můžeme nahradit vztah pro kulovou vlnu v . Kirchhoffův vztah (25) potom přejde na tvar

$$u_0 = -\frac{1}{4\pi} \oint u \frac{\partial G}{\partial n} dS. \quad (30)$$

Musíme ještě určit okrajové podmínky pro funkci u . Podobně jako výše zvolíme

$$u = 0 \quad \text{pro } S, \quad u = A \frac{\exp(-ikr')}{r'} \quad \text{pro } S'. \quad (31)$$

Tyto předpoklady nejsou v rozporu s matematickými požadavky a kromě toho mohou být splněny, když bod P padne na integrační plochu. Z fyzikálního hlediska jsou tyto podmínky opět jen aproximací pro dostatečně malé vlnové délky. Nemůže být přesně splněn předpoklad, že vlnění má za překážkou přesně nulovou hodnotu a v otvoru není ovlivněno přítomností stínítka.

Přínos zavedení Greenovy funkce je spíše praktický, neboť původní tvar Kirchhoffova vztahu se zjednoduší.

Dále použijeme vztah (30) pro případ rovinného stínítka, pro něž poměrně snadno určíme explicitní tvar Greenovy funkce. Zavedeme pravoúhlé souřadnice x, y a z , přičemž rovina $z = 0$ je rovinou stínítka, v němž je otvor obsahující i počátek O . Bod B má souřadnice ξ, η, ζ . K bodu P sestrojíme jeho obraz podle roviny $z = 0$ a označíme P' . Greenovu funkci zvolíme ve tvaru

$$G = \frac{\exp(-ikr_1)}{r_1} - \frac{\exp(-ikr_2)}{r_2}, \quad (32)$$

kde

$$r_1^2 = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2, \quad (33a)$$

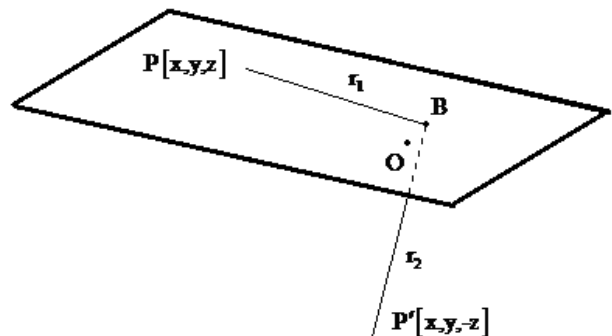
$$r_2^2 = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta + z)^2. \quad (33b)$$

Snadno se přesvědčíme, že takto zvolená funkce splňuje vztah (29). Vypočítáme

$$\frac{\partial G}{\partial \zeta} = \frac{\partial}{\partial r_1} \left(\frac{\exp(-ikr_1)}{r_1} \right) \frac{\partial r_1}{\partial \zeta} - \frac{\partial}{\partial r_2} \left(\frac{\exp(-ikr_2)}{r_2} \right) \frac{\partial r_2}{\partial \zeta}.$$

Dále je (podle obrázku 8)

$$\frac{\partial r_1}{\partial \zeta} = -\frac{\partial r_2}{\partial \zeta} = \cos \alpha.$$



Obrázek 8: Rovinné stínítko

Úhel α je úhel mezi normálou a přímkou BP . Když bod B bude ležet v rovině $\zeta = 0$, bude

$$r_1 = r_2 = r \quad \text{a} \quad \frac{\partial G}{\partial n} = -\frac{\partial G}{\partial \zeta} = 2 \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\exp(-ikr)}{r} \right] \cos \alpha.$$

Derivaci podle r v tomto vztahu vypočítáme, takže

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\exp(-ikr)}{r} \right] = -\frac{ik \exp(-ikr)}{r} \left(1 - \frac{1}{ikr} \right).$$

Velikost vlnového vektoru je ovšem $k = 2\pi/\lambda$, takže v posledním výrazu můžeme pro velmi malé vlnové délky druhý člen v závorce zanedbat. Po dosazení do (30) bude

$$u_0 = -\frac{i}{\lambda} \oint \frac{\exp(-ikr)}{r} u \cos \alpha dS. \quad (34)$$

Dosadíme-li dále za $u = A \exp(-ikr')/r'$, dostaneme definitivně výraz

$$u_0 = -\frac{i}{\lambda} A \oint \frac{\exp[-ik(r+r')]}{rr'} \cos \alpha dS. \quad (35)$$

Výraz $\cos \alpha dS$ je zcela obdobný jako v Lambertově zákoně pro intenzitu vlnění vysílaného plošným zdrojem. Kromě toho vztah (35) vykazuje očekávanou symetrii s ohledem na pozici zdroje a bodu pozorování.

5. Odvození vztahu pro matematické vyjádření Huygensova principu přímým řešením vlnové rovnice

Jak již bylo řečeno výše, můžeme dedukcí obdržet matematické vyjádření Huygensova principu z vlnové rovnice. Kirchhoffův postup i jeho modifikace vycházely z využití virtuální kulové vlny, která sama také vyhovuje vlnové rovnici, ale nemá vlastní fyzikální význam. Teorie parciálních diferenciálních rovnic ovšem pracuje i s jinými metodami, které vedou k řešení vlnové rovnice, aniž by bylo

nutno zavádět jakoukoliv pomocnou funkci. V tomto odstavci ukážeme takové řešení, úzce navazující na metodu d'Alembertovu pro řešení vlnové rovnice. Dále popisovaný postup vychází z učebnice [8] Tichonova a Samarského.

Podstatou metody je určení akustické výchylky v nějakém bodě P, který je obklopen uzavřenou plochou, přičemž na této ploše jsou zadány okrajové podmínky

$$u(\vec{r}, t) = u(\vec{r}, 0), \quad \frac{\partial u(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{\partial u(\vec{r}, 0)}{\partial t}. \quad (36)$$

To znamená, že známe na hraniční ploše rozložení akustických výchylek i akustických rychlostí. Je přirozené předpokládat, že funkci u v bodě P nahradíme střední hodnotou $\bar{u}(r, t)$ na kulové ploše S s poloměrem r a opsané kolem bodu P. Potom bude

$$\bar{u}(0, t) = \frac{1}{4\pi r^2} \oint_{(\text{koule})} u \, dS. \quad (37)$$

Vyjádříme-li element dS kulové plochy ve tvaru $dS = r^2 d\Omega$, kde $d\Omega$ je element prostorového úhlu, pod nímž je vidět ploška dS , dostáváme

$$\bar{u}(0, t) = \frac{1}{4\pi} \oint_{(\text{koule})} u \, d\Omega. \quad (38)$$

Je zřejmé, že hodnotu funkce u v bodě P obdržíme jako

$$u(P, t_0) = \bar{u}(0, t_0). \quad (39)$$

Řešení vlnové rovnice

$$\nabla^2 u = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (40)$$

hledáme ve tvaru kulových vln, takže laplasián vyjádříme ve sférických souřadnicích [10]

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}. \quad (41)$$

Do vlnové rovnice (40), převedené do sférických souřadnic, dosadíme střední hodnotu $\bar{u}$ a ukážeme, že tuto rovnici lze získat středováním rovnice (40). Střední hodnota $\bar{u}$ ovšem nezávisí na úhlových souřadnicích, a proto na levé straně vlnové rovnice bude

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right). \quad (42)$$

Pravá strana vlnové rovnice je

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2}. \quad (43)$$

Dále se budeme snažit přejít od funkce $u(r, t)$ k funkci $\bar{u}$, a tak dokázat, že tato průměrná hodnota vyhovuje vlnové rovnici. Vyjdeme tudíž ze vztahu

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (44)$$

K tomu účelu upravíme rovnici (44). Násobíme ji plošným elementem, který vyjádříme ve tvaru $dS = r^2 d\Omega$. Zde $d\Omega$ je element prostorového úhlu, pod nímž je z bodu P vidět ploška dS . Rovnici (44) poté integrujeme přes kouli, jak je naznačeno v (38). Pravá strana bude mít tvar

$$\frac{r^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \oint u \, d\Omega. \quad (45)$$

Výraz upravíme a po dosazení $\oint u \, d\Omega = 4\pi \bar{u}$ dostaneme

$$\frac{4\pi r^2}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2}. \quad (46)$$

Podobně upravíme i levou stranu rovnice. Po řadě úprav dostaneme

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \int u \, d\Omega \right) = 4\pi \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right). \quad (47)$$

Dosadíme (46) a (47) do (44), čímž získáme tvar

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2}.$$

Tuto rovnici vynásobíme r a levou stranu upravíme pomocí identity

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 (r\bar{u})}{\partial r^2},$$

takže po úpravě bude

$$\frac{\partial^2 (r\bar{u})}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (r\bar{u})}{\partial t^2}. \quad (48)$$

To je zjednodušená vlnová rovnice pro případ šíření kulových vln. Její řešení najdeme v d'Alembertově tvaru jako

$$r\bar{u} = f_1 \left(t - \frac{r}{c} \right) + f_2 \left(t + \frac{r}{c} \right).$$

Dosadíme-li sem $r = 0$, dostaneme

$$f_1(t) + f_2(t) = 0,$$

tedy $f_1(t) = -f_2(t) = -f(t)$. Je proto

$$r\bar{u} = f \left(t + \frac{r}{c} \right) - f \left(t - \frac{r}{c} \right). \quad (49)$$

Když tento vztah derivujeme podle r , bude

$$\bar{u} + r \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} = \frac{1}{c} \left[f' \left(t - \frac{r}{c} \right) + f' \left(t + \frac{r}{c} \right) \right],$$

kde čárkou je označena derivace podle argumentu $(t - \frac{r}{c})$ nebo $(t + \frac{r}{c})$. Abychom dostali výchylku u v bodě P a v čase t_0 , dosadíme $r = 0$, $t = t_0$, takže

$$u(P, t_0) = \bar{u}(0, t_0) = \frac{2}{c} f'(t_0).$$

Dosud neznámou funkci $f(t)$ bychom měli vyjádřit pomocí počátečních podmínek. Derivujeme znovu postupně vztah (49) podle r i podle t . Dostaneme

$$\frac{\partial(r\bar{u})}{\partial r} = \frac{1}{c} \left[f' \left(t - \frac{r}{c} \right) + f' \left(t + \frac{r}{c} \right) \right],$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial(r\bar{u})}{\partial t} = \frac{1}{c} \left[-f' \left(t - \frac{r}{c} \right) + f' \left(t + \frac{r}{c} \right) \right]$$

a po sečtení těchto vztahů

$$\frac{\partial(r\bar{u})}{\partial r} + \frac{1}{c} \frac{\partial(r\bar{u})}{\partial t} = \frac{2}{c} f' \left(t + \frac{r}{c} \right).$$

Sem dosadíme za $\bar{u}$ a pro bod P ($t = t_0$, $r = ct_0$). Dostaneme

$$u(P, t_0) = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{\partial}{\partial r} \oint r u \, d\Omega + \frac{1}{c} \oint r \frac{\partial u}{\partial t} d\Omega \right]. \quad (50)$$

Tento postup umožňuje výpočet výchylky v zadaném bodě a určeném čase bez zavedení pomocné funkce, jak to bylo v původním postupu Kirchhoffově, tak i v jeho modifikacích. Skutečnost, že se neuplatňuje vliv „zpětné“ vlny, je při tomto postupu vyjádřena tím, že body, do nichž vlnění dosud nedospělo, vykazují nulovou hodnotu výchylky i její derivace a k hodnotě integrálu ve vztahu (50) nepřispívají.

6. Závěr

Matematické vysvětlení Huygensova principu, jak je uvedeno výše, má řadu omezení. Především se počítá se skalárním charakterem výchylky. To je správné např. u příčného vlnění, v případě, kdy je okamžitá výchylka kolmá k rovině pevné v prostoru. Tato situace nastává např. u povrchových vodních vln, ať již kapilárních nebo i gravitačních. U podélných vln (tedy u vlnění šířícího se uvnitř tekutiny) lze užití skalárního vyjádření považovat jen za první aproximaci. Východisko ovšem existuje. V akustice můžeme pracovat se šířením změn akustického tlaku, čímž je požadavek skalárního charakteru sledované veličiny dobře splněn [11]. Poněkud složitější je situace u obecných příčných vln, jakými jsou i elektromagnetické vlny. Touto situací se podrobněji zabýval H. A. Lorentz.

Je třeba také poznamenat, že popis použitý v našem příspěvku platí samozřejmě pouze pro tři prostorové dimenze. V případě jiného počtu dimenzí by byl popis odlišný a přesahuje rámec tohoto příspěvku.

V akustice význam a uplatnění Huygensova principu spočívá ve využití při výpočtech ohybových akustických jevů, při výkladu průchodu akustického vlnění otvory v překážkách nebo při vyhodnocování účinku plošných zdrojů zvuku.

Význam Huygensova principu se ovšem neomezuje jen na fyziku vlnového pohybu. Má i hluboký význam filozofický. Je jedním z vyjádření projevu determinismu ve fyzice. Zcela explicitně tento princip ukazuje, jak ze znalosti pohybového stavu v jistém časovém okamžiku můžeme předpovědět stav v následujícím čase. Je třeba si

uvědomit, že tato vlastnost plyne přímo z formulace Huygensova principu. Naproti tomu determinismus jiných významných zákonů, jakými jsou např. 2. pohybový zákon Newtonův, Maxwellovy rovnice nebo Schrödingerova rovnice, není tak zřejmý (plyne z jednoznačnosti řešení diferenciální rovnice pro časy $t > 0$ při známých počátečních podmínkách v čase $t = 0$).

Ve školské fyzice se Huygensova principu úspěšně využívá k výkladu takových základních vlastností vlnění, jakými jsou odraz nebo lom vlnění na rovinném rozhraní mezi prostředími s různou rychlostí šíření vln. Podobně významnou roli hraje i při výkladu optických ohybových jevů a výkladu nutnosti oddělit geometrickou a fyzikální optiku. Význam, který Huygensův princip sehrál při výkladu zákonitostí optiky anizotropních prostředí, je dnes již téměř zapomenut.

Na závěr je třeba poznamenat, že Huygensův princip je jedním z pilířů nauky o vlnění a jeho význam není dnes plně docenován.

Poděkování

Rádi bychom tímto poděkovali recenzentovi Akustických listů za podnětné připomínky. Tento článek vznikl v rámci projektu CENTEM, reg. č. CZ.1.05/2.1.00/03.0088, který je spolufinancován z ERDF v rámci programu MŠMT OP VaVpI.

Reference

- [1] Huygens, Chr., Ostwald, W.: *Abhandlungen über das Licht*, Engelmann Verlag, Leipzig 1903 (německý překlad)
- [2] Grebe, L. a kol.: *Licht als Wellenbewegung*, Springer Verl., Berlin 1928
- [3] Macke, W.: *Wellen*, Akad. Verlagsgesellschaft, Leipzig 1962
- [4] Ditchburn, R. W.: *Light*, Blackie&Sohn, London 1963
- [5] Smirnov, V. I. : *Učebnice vyšší matematiky II*, NČSAV, Praha 1956
- [6] Fresnel, A., Ritter, F.: *Abhandlungen über die Beugung des Lichts*, Akademische Verl., Leipzig 1926 (německý překlad)
- [7] Kirchhoff, G., Wien, W., Hensel, K., Planck, M.: *Vorlesungen über mathematische Optik*, Teubner Verlag, Leipzig 1891 (německý překlad)
- [8] Sommerfeld, A., Bopp, F.: *Optik*, Akad. Verlagsgesellschaft, Leipzig 1964 (německý překlad)
- [9] Tichonov, A. N., Samarskij, A. A.: *Rovnice matematické fyziky*, NČSAV, Praha 1955
- [10] Ilkovič, D.: *Vektorový počet*, JČMF, Praha 1950
- [11] Skudrzyk, E.: *Die grundlagen der Akustik*, Springer Verl., Wien 1954

