AKUSTICKÉ LISTY

České akustické společnosti

www.czakustika.cz

ročník 19, číslo 3–4 prosinec 2013

Obsah

ČESKÁ AKUSTICKÁ SPOLEČNOST

Rada České akustické společnosti svolává ve smyslu stanov

VALNOU HROMADU,

která se bude konat ve čtvrtek 23. ledna 2014 na Fakultě elektrotechnické ČVUT, Technická 2, Praha 6 – Dejvice.

Rámcový program:
13.00–13.45 Jednání v odborných skupinách. Rozpis místností pro jednání v odborných skupinách bude vyvěšen ve vstupním prostoru fakulty a na dveřích sekretariátu, místnost č. T2:B2-47.
13.45–14.15 Prezentace.
14.15–16.00 Plenární zasedání, místnost č. T2:C2-82.

Důležité upozornění: Člen společnosti, který se nebude moci Valné hromady osobně zúčastnit, pověří jiného člena, aby jej zastupoval. Jeden člen společnosti může zastupovat nejvýše tři členy. Formulář pověření je součástí tohoto čísla Akustických listů.

Zemřel Milan Krňák

Milan Krňák zemřel ve věku 86 let v sobotu 7. prosince 2013 v nemocnici v Písku. Podle zprávy od rodiny zemřel klidně, po několikaměsíční nemoci. Až do letošního jara žil ve svém bytě v Kafkově ulici v Dejvicích a byl ve styku s bývalými kolegy z VÚZORT a dalšími akustiky.

Milan Krňák se narodil 29. června 1927 v Praze. Po maturitě na vyšší průmyslové škole nastoupil do Československého rozhlasu, odkud v roce 1949 přešel do nově založeného Výzkumného ústavu rozhlasové techniky, kde začal se svou celoživotní odbornou profesí – vývojem materiálů a konstrukcí po pohlcování zvuku – v níž se stal naším nejvýznamnějším odborníkem. Z prvního období jeho práce jsou známé děrované desky, které se po mnoho let vyráběly pod názvem Akulit. Zásluhou M. Krňáka byl vydán první katalog materiálů a konstrukcí pro pohlcování zvuku, mezi projektanty známý jako „žlutá knížka“. Po delimitaci jeho laboratoře do Výzkumného ústavu zvukové, obrazové a reprodukční techniky (VÚZORT) v roce 1959 se M. Krňák spolu s F. Kolmerem a J. Tichým podílel na tvorbě normy ISO 354 na měření činitele zvukové pohltivosti. Velký význam měla jeho účast ve dvou kruhových pokusech ISO zaměřených na vliv difuzorů v dozvukové místnosti. Neméně významnou prací bylo odvození kmitočtové charakteristiky tříprvkové rezonanční soustavy, aplikace této soustavy do odbavovací haly letiště v Ruzyni a později také vývoj a doporučení akustických obkladů do stanic metra A. Za zmínku stojí mimo jiné i jeho návrh štěrbinových rezonátorů pro Janáčkovo divadlo v Brně, hotel Praha a společenský sál Kongresového centra Praha. Následoval vývoj akustického lamelového podhledu Izonort, vyráběného ve Stavebních izolacích. Ve Smrečině Banská Bystrica byly vyráběny jeho panely Akubel, tvárnicové rezonátory a desky Akustop. V roce 1971 byl pověřen povinným hodnocením akustických obkladů ve Státní zkušebně č. 231 VÚZORT. Zájem projektantů o výsledky měření činitele zvukové pohltivosti dalších akustických prvků vedl v roce 1974 k sestavení druhého katalogu akustických obkladů, tzv. „zelené knížky“. V roce 1987 byl vydán třetí a poslední katalog obkladů. Většinu poznatků, které během své odborné činnosti získal a z nichž některé využil také v patentech a užitných vzorech, publikoval v přednáškách na akustických konferencích a seminářích a v domácích i zahraničních odborných časopisech. Významně přispěl do knihy Kolmer, Kyncl: Prostorová akustika. Na přelomu 80. a 90. let se soustředil na dokončení náročné rekonstrukce dozvukové místnosti VÚZORT, při níž byl zvětšen její objem na normovou hodnotu. Po odchodu do důchodu si ještě pro vlastní potřebu zhotovil v pořadí již sedmý interferometr, s nímž se v roce 2003 zúčastnil kruhového pokusu měření činitele zvukové pohltivosti. Oblíbeným a téměř celoživotním koníčkem Milana Krňáka byl jachting, v němž dosáhl řady sportovních úspěchů.

Na Milana Krňáka budeme vzpomínat jako na vynikajícího odborníka a dobrého kolegu, vždy ochotného podělit se o bohaté zkušenosti.

Akustické listy, **19**(3–4), prosinec 2013, str. 5–9 © ČsAS

Přenosová funkce třívrstvého akustického prostředí

Transfer Function of a Three-Layered Acoustic Medium

Jindřich Fiala

České vysoké učení technické v Praze – Fakulta elektrotechnická, Technická 2, 166 27 Praha 6
e-mail: fialaji7@fel.cvut.cz

Ultrasonic interferometry is a method which can be used for the measurement of important characteristics of liquids such as speed of sound, their attenuation coefficient or their density. The principle of this method is based on analyzing the intensity transmission coefficient of multilayered media as a function of frequency of ultrasound. We show full derivation of this function for three layered medium – piezoelement-liquid-piezoelement. Then we compare this function derivated with its known simplified version. In the end of the article we discuss how the simplification limits possibility of using this method.

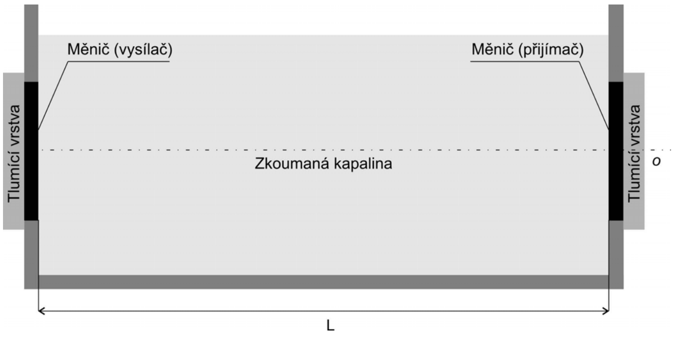
1. Úvod

Pomocí ultrazvukové interferometrie lze zjišťovat některé důležité vlastnosti kapalin. Kromě klasických, jako jsou rychlost šíření ultrazvuku v kapalině, činitel útlumu kapaliny a její hustota, jde například o rozpoznání přítomnosti drobných částic rozptýlených v kapalině například při tvorbě sraženin.

Zkoumaná kapalina se nachází v ultrazvukovém rezonátoru, na který lze nahlížet jako na mnohavrstevné akustické prostředí skládající se z měničů, zkoumané kapaliny, stěn nádoby a případně dalších vrstev. Na rozhraních jednotlivých akustických prostředí se ultrazvuk částečně odráží a částečně jimi prochází. Zkoumaná kapalina, jako jedna z vrstev, svými vlastnostmi ovlivňuje frekvenční průběh přenosové funkce. Analýzou tohoto průběhu lze určit výše uvedené vlastnosti kapaliny.

Ultrazvukové rezonátory pro zkoumání vlastností kapalin lze konstruovat dvěma způsoby. Kapalina se buď nachází mezi dvěma proti sobě umístěnými měniči, nebo je umístěna v nádobě a ultrazvuk je vyzařován a přijímán přes její stěny. Konstrukce rezonátoru s měniči vně nádoby znemožňuje měření v okolí frekvencí, pro které dochází k rezonancím ve stěnách nádoby.

Tento článek popisuje odvození přenosové funkce pro ultrazvukový rezonátor, kdy je zkoumaná kapalina v přímém styku s měniči. Uvážíme-li, že se tyto měniče skládají jen z piezokeramické destičky, jde o odvození přenosové funkce třívrstvého prostředí – piezokeramika, kapalina, piezokeramika. Z literatury je znám zjednodušený tvar této přenosové funkce. Hlavní motivací k napsání tohoto článku byla potřeba odvodit její nezjednodušený tvar a zjistit, odkud plynou podmínky pro jeho zjednodušení. Dále se zaměříme na to, jak se toto zjednodušení projeví na průběhu přenosové funkce a jaký vliv má na možnost měření rychlosti šíření ultrazvuku v kapalinách a činitele jejich útlumu.



Obrázek 1: Uspořádání rezonátoru

2. Výchozí předpoklady

Uvažujme uspořádání na obrázku 1. V ultrazvukovém rezonátoru ve tvaru kvádru se nachází kapalina. V jeho dvou protilehlých stěnách jsou umístěny dva identické piezokeramické měniče tak, že osy jejich symetrie splývají. Jeden z měničů je používán jako vysílač ultrazvuku, druhý jako přijímač. Pro jednoduchost budeme uvažovat nejjednodušší konstrukci měničů. Přijímač i vysílač se budou skládat ze dvou identických piezokeramických destiček. Jejich čela, která nejsou ve styku s kapalinou, pokrývá v námi uvažovaném modelu dokonale tlumící vrstva.

Při odvození přenosové funkce vyjdeme z následujících zjednodušujících předpokladů:

1. Akustické vlnění v uvažovaném modelu rezonátoru budeme považovat za harmonické [1] a [2].
2. Budeme předpokládat, že se přijímač nachází v blízkém poli vysílače neboli že vzdálenost mezi měniči je $L \ll (d^2\omega)/(8\pi c_2)$, kde d je průměr měniče, ω úhlová frekvence ultrazvuku a c_2 rychlost ultrazvuku v kapalině. Takto budeme moci považovat akustické vlnění v rezonátoru za rovinné [1], [2] a [3].
3. Specifickou akustickou impedanci měničů a specifickou akustickou impedanci zkoumané kapaliny budeme považovat za nezávislou na frekvenci ultrazvuku pro celý frekvenční interval použitý při měření.

Přijato 24. července 2013, akceptováno 30. září 2013.

3. Princip odvození

Zaveďme označení definované na obrázku 2. Měniče jsou tvořeny piezokeramikou o specifické impedanci z_1. Zkoumaná kapalina, která se nachází mezi měniči, má specifickou impedanci z_2.

V piezokeramice použité jako vysílač vzniká ultrazvukové vlnění charakterizované komplexním tlakem p_{I1}. To se na I. rozhraní částečně odráží a částečně jím prochází. Vlnění odražené na I. rozhraní je charakterizováno komplexním tlakem p_{R1}. Tlak p_{T2} charakterizuje vlnění prošlé I. rozhraním, které se šíří dále skrz kapalinu, přičemž dochází k jeho tlumení. Od II. rozhraní se toto vlnění částečně odráží a částečně jím prochází. Vlnění odražené na II. rozhraní je charakterizováno komplexním tlakem p_{R2}. Vlnění prošlé II. rozhraním je charakterizováno komplexním tlakem p_{T3}.

Symbolem I_{I} označme intenzitu akustického vlnění dopadajícího na I. rozhraní. Symbolem I_{II} označme intenzitu akustické vlnění procházejícího II. rozhraním. Přenosová funkce, jejíž tvar chceme odvodit, je dána vztahem:

$$T_{\mathrm{I}}(\omega) = \frac{I_{\mathrm{II}}(\omega)}{I_{\mathrm{I}}(\omega)} \,. \tag{1}$$

Vztah (1) udává, jaká část výkonu akustické vlny dopadající na I. rozhraní je přenesena přes II. rozhraní.

Akustická intenzita je obecně komplexní veličinou. Jelikož ultrazvukové vlny v našem modelu rezonátoru považujeme za rovinné a jejich vlnoplochy jsou kolmé na směr šíření, je akustický tlak ve fázi s akustickou rychlostí. Z toho důvodu jsou imaginární složky akustických intenzit nulové a uplatňují se pouze jejich reálné složky [4]. Nechť P_{I1} je komplexní amplituda tlaku p_{I1} a P_{T3} je komplexní amplituda tlaku p_{T3}. Akustické intenzity I_{I} a I_{II} lze pak v našem případě vyjádřit jako:

$$I_{\mathrm{I}}(\omega) = \frac{|P_{\mathrm{I1}}(\omega)|^2}{2z_1} \,, \tag{2a}$$

$$I_{\mathrm{II}}(\omega) = \frac{|P_{\mathrm{T3}}(\omega)|^2}{2z_1} \,. \tag{2b}$$

Dosazením vztahů (2a) a (2b) do vztahu (1) dostáváme:

$$T_{\mathrm{I}}(\omega) = \left| \frac{P_{\mathrm{T3}}(\omega)}{P_{\mathrm{I1}}(\omega)} \right|^2 \,. \tag{3}$$

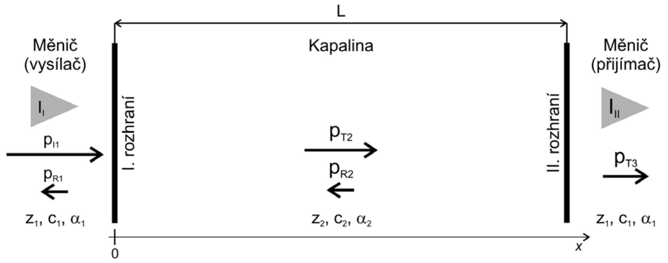
Koeficient průchodu přes I. a II. rozhraní je definován vztahem:

$$T(\omega) = \frac{P_{\mathrm{T3}}}{P_{\mathrm{TI}}} \,. \tag{4}$$

S využitím vztahů (2) a (4) dostáváme pro rovinnou harmonickou vlnu:

$$T_{\mathrm{I}}(\omega) = |T(\omega)|^2 \,. \tag{5}$$

V dalším nejprve nalezneme koeficient průchodu přes obě rozhraní a poté pomocí vztahu (5) vypočteme hledanou přenosovou funkci.



Obrázek 2: Akustické vlnění při průchodu třívrstvým prostředím

4. Koeficient průchodu

Koeficient průchodu $T(\omega)$ je podle vztahu (4) dán poměrem komplexních amplitud P_{T3} a P_{I1}. Tento poměr lze odvodit z podmínek kontinuity normál akustických rychlostí a tlaků na obou rozhraních akustických prostředí.

Tlaky charakterizující akustické vlny dopadající, odrážející se a procházející oběma rozhraními můžeme zapsat ve tvaru:

$$p_{\mathrm{I1}} = P_{\mathrm{I1}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - k_1 x)} \,, \tag{6a}$$

$$p_{\mathrm{R1}} = P_{\mathrm{R1}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t + k_1 x)} \,, \tag{6b}$$

$$p_{\mathrm{T2}} = P_{\mathrm{T2}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - k_2 x)} \,, \tag{6c}$$

$$p_{\mathrm{R2}} = P_{\mathrm{R2}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t + k_2 x)} \,, \tag{6d}$$

$$p_{\mathrm{T3}} = P_{\mathrm{T3}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - k_1 x)} \,, \tag{6e}$$

kde $k_1 = \omega/c_1 - \mathrm{j}\alpha_1$ a $k_2 = \omega/c_2 - \mathrm{j}\alpha_2$ jsou komplexní vlnová čísla. Symbol c_1 označuje rychlost šíření akustických vln v piezokeramice a c_2 rychlost šíření akustických vln v kapalině. Symbol α_1 značí koeficient útlumu v piezokeramice a α_2 koeficient útlumu v kapalině.

Nechť v_{I1}, v_{R1}, v_{T2}, v_{R2} a v_{T3} jsou akustické rychlosti akustických částic, jejichž pohyb zapříčinily změny tlaků s odpovídajícími indexy. Pak můžeme psát:

$$z_1 = \frac{p_{\mathrm{I1}}}{v_{\mathrm{I1}}} = -\frac{p_{\mathrm{R1}}}{v_{\mathrm{R1}}} = \frac{p_{\mathrm{T3}}}{v_{\mathrm{R3}}} \,, \tag{7a}$$

$$z_2 = \frac{p_{\mathrm{T2}}}{v_{\mathrm{T2}}} = -\frac{p_{\mathrm{R2}}}{v_{\mathrm{R2}}} \,. \tag{7b}$$

Záporné znaménko ve vztazích (7a) a (7b) vyjadřuje, že se vlna šíří proti směru osy x (obrázek 2).

Nejprve zapíšeme podmínky pro kontinuitu akustických tlaků a normál akustických rychlostí na II. rozhraní.

$$p_{\mathrm{T2}} + p_{\mathrm{R2}} = p_{\mathrm{T3}} \,, \tag{8a}$$

$$v_{\mathrm{T2}} + v_{\mathrm{R2}} = v_{\mathrm{T3}} \,. \tag{8b}$$

Pokud vztah (8a) vydělíme vztahem (8b) a dosadíme za akustické rychlosti vyjádřené ze vztahů (7a) a (7b), dostáváme:

$$\frac{p_{\mathrm{T2}} + p_{\mathrm{R2}}}{p_{\mathrm{T2}} - p_{\mathrm{R2}}} = \frac{z_1}{z_2} \,. \tag{9}$$

Po dosazení za akustické tlaky ze vztahů (6c), (6d) dostáváme:

$$P_{\mathrm{R2}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_2L} = \frac{\left(\frac{z_1}{z_2}-1\right)}{\left(\frac{z_1}{z_2}+1\right)} P_{\mathrm{T2}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_2L} \ . \tag{10}$$

Nyní ještě jednou využijeme vztah (8a) popisující kontinuitu akustických tlaků na II. rozhraní a dosadíme za akustické tlaky z (6c), (6d) a (6e). Získáme tak:

$$P_{\mathrm{T2}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_2L} + P_{\mathrm{R2}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_2L} = P_{\mathrm{T3}} \ . \tag{11}$$

Kombinací vztahů (10) a (11) obdržíme:

$$P_{\mathrm{T2}} = \frac{\frac{z_1}{z_2}+1}{2\frac{z_1}{z_2}} P_{\mathrm{T3}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_2L} \ . \tag{12}$$

Vztah (12) je důsledkem řešení okrajových podmínek na II. rozhraní. Popisuje vzájemný poměr mezi komplexními amplitudami P_{T3} a P_{T2}. K odvození koeficientu průchodu však potřebujeme znát poměr komplexních amplitud P_{T3} a P_{I1}, přičemž komplexní amplituda P_{I1} se vztahuje ke tlaku akustické vlny dopadající na I. rozhraní. Z toho důvodu zapíšeme ještě okrajové podmínky na I. rozhraní.

$$p_{\mathrm{I1}} + p_{\mathrm{R1}} = p_{\mathrm{T2}} + p_{\mathrm{R2}} \ , \tag{13a}$$

$$v_{\mathrm{I1}} + v_{\mathrm{R1}} = v_{\mathrm{T2}} + v_{\mathrm{R2}} \ . \tag{13b}$$

Dále budeme postupovat obdobně jako v případě II. rozhraní. Vztah (13a) vydělíme vztahem (13b). Po úpravách a po dosazení za akustické rychlosti ze vztahů (7a) a (7b) obdržíme:

$$\frac{p_{\mathrm{I1}}+p_{\mathrm{R1}}}{p_{\mathrm{I1}}-p_{\mathrm{R1}}} = \frac{z_2}{z_1}\frac{p_{\mathrm{T2}}+p_{\mathrm{R2}}}{p_{\mathrm{T2}}-p_{\mathrm{R2}}} \ . \tag{14}$$

Do tohoto vztahu dosadíme za akustické tlaky ze vztahů (6a), (6b), (6c) a (6d). Po úpravách získáme:

$$P_{\mathrm{R1}} = \frac{\left(\frac{z_1}{z_2}\beta-1\right)}{\left(\frac{z_1}{z_2}\beta+1\right)} P_{\mathrm{I1}} \ , \tag{15}$$

kde

$$\beta = \frac{\left(\frac{z_1}{z_2}+1\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_2L} + \left(\frac{z_1}{z_2}-1\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_2L}}{\left(\frac{z_1}{z_2}+1\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_2L} - \left(\frac{z_1}{z_2}-1\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_2L}} \ .$$

Poté znovu využijeme vztah (13a) popisující kontinuitu akustických tlaků na I. rozhraní a dosadíme do něj za jednotlivé tlaky ze vztahů (6a), (6b), (6c) a (6d). Dostáváme:

$$P_{\mathrm{I1}} + P_{\mathrm{R1}} = P_{\mathrm{T2}} + P_{\mathrm{R2}} \ . \tag{16}$$

Do tohoto vztahu dosadíme za komplexní amplitudy P_{R1}, P_{T2} a P_{R2} ze vtahů (10), (12) a (15). Získáme tak:

$$\frac{2\frac{z_1}{z_2}\beta}{\frac{z_2}{z_1}\beta+1} P_{\mathrm{I1}} = \frac{\left(\frac{z_1}{z_2}+1\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_2L} + \left(\frac{z_1}{z_2}-1\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_2L}}{2\frac{z_1}{z_2}} P_{\mathrm{T3}} \ , \tag{17}$$

kde

$$\beta = \frac{\left(\frac{z_1}{z_2}+1\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_2L} + \left(\frac{z_1}{z_2}-1\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_2L}}{\left(\frac{z_1}{z_2}+1\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_2L} - \left(\frac{z_1}{z_2}-1\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_2L}} \ .$$

Ve vztahu (17) jsou obsaženy již jen komplexní amplitudy P_{I1} a P_{T3} potřebné k odvození koeficientu průchodu. S využitím vztahu (4) dostáváme:

$$T = \frac{4}{\left(2+\frac{z_1}{z_2}+\frac{z_2}{z_1}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_2L} + \left(2-\frac{z_1}{z_2}-\frac{z_2}{z_1}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_2L}} \ . \tag{18}$$

Po aplikaci definičních vztahů pro hyperbolický sinus a kosinus můžeme koeficient průchodu daný vztahem (18) zjednodušit do tvaru:

$$T = \frac{1}{\cosh \mathrm{j}k_2L + \frac{1}{2}\sigma \sinh \mathrm{j}k_2L} \ , \tag{19}$$

kde

$$\sigma = \frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} \ .$$

5. Přenosová funkce

Nalezením koeficientu průchodu akustického vlnění přes obě akustická rozhraní jsme završili první krok při hledání tvaru přenosové funkce.

Označme nyní jmenovatel koeficientu průchodu ve vztahu (19) jako:

$$\tau = \cosh \mathrm{j}k_2L + \tfrac{1}{2}\sigma \sinh \mathrm{j}k_2L \ . \tag{20}$$

Pomocí vzorců pro goniometrické a hyperbolické funkce můžeme tento vztah převést do tvaru:

$$\begin{aligned}\tau = {} & \cos\left(\frac{\omega}{c_2}L\right)\left(\frac{\sigma}{2}\sinh \alpha_2 L + \cosh \alpha_2 L\right) \\ & + \mathrm{j}\sin\left(\frac{\omega}{c_2}L\right)\left(\sinh \alpha_2 L + \frac{\sigma}{2}\cosh \alpha_2 L\right) \ .\end{aligned} \tag{21}$$

Pravá strana vztahu (21) je zapsána jako komplexní číslo v algebraickém tvaru, a tak můžeme určit jeho velikost:

$$\begin{aligned}|\tau| &= \sqrt{\mathrm{Re}^2\tau + \mathrm{Im}^2\tau} \\ &= \left[\frac{\sigma}{2}\sinh 2\alpha L + \cosh^2 \alpha L + \frac{\sigma^2}{4}\sinh^2 \alpha L \right. \\ &\qquad \left. + \frac{\sigma^2-4}{4}\sin^2 \frac{\omega}{c_2}L\right]^{\frac{1}{2}} \ .\end{aligned} \tag{22}$$

S využitím vztahu (5) pak můžeme psát:

$$T_{\mathrm{I}}(\omega) = \frac{1}{|\tau|^2} \ . \tag{23}$$

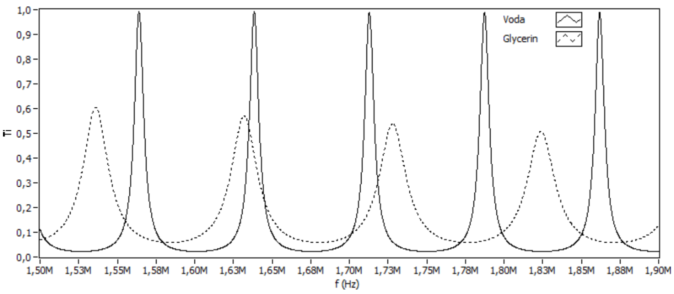
Odtud konečně dostáváme výsledný tvar hledané přenosové funkce:

$$T_I = \left[\frac{\sigma}{2}\sinh 2\alpha_2 L + \cosh^2 \alpha_2 L + \frac{\sigma^2}{4}\sinh^2 \alpha_2 L \right.$$
$$\left. + \frac{\sigma^2 - 4}{4}\sin^2 \frac{\omega}{c_2} L\right]^{-1} , \quad (24)$$

kde

$$\sigma = \frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} .$$

Na obrázku 3 jsou znázorněny průběhy této přenosové funkce pro vodu a glycerin o teplotě 25 °C. Obě kapaliny se nachází mezi měniči z keramiky PZT4 vzdálenými 10 mm. Při výpočtu bylo uváženo, že činitel útlumu α_2 v kapalinách závisí na kvadrátu frekvence $f = \omega/(2\pi)$.



Obrázek 3: Příklady teoretického průběhu přenosové funkce

6. Možnost zjednodušení

Ve jmenovateli přenosové funkce dané vztahem (24) se třikrát vyskytuje součin činitele útlumu kapaliny a vzdálenosti čel měničů $\alpha_2 L$. Pokud platí, že v celém rozsahu frekvencí měření je $\alpha_2 L \ll 1$, můžeme s využitím prvních členů Taylorova rozvoje psát:

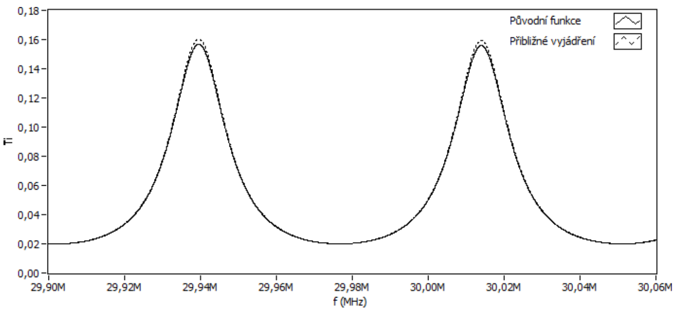
$$\tfrac{1}{2}\sigma \sinh 2\alpha_2 L + \cosh^2 \alpha_2 L + \tfrac{1}{4}\sigma^2 \sinh^2 \alpha_2 L$$
$$\approx \left(1 + \tfrac{1}{2}\sigma\alpha_2 L\right)^2 . \quad (25)$$

Přenosovou funkci danou vztahem (24) lze pak vyjádřit v jejím zjednodušeném tvaru:

$$T_{\mathrm{I,přibl}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{2}\sigma\alpha_2 L\right)^2 + \frac{\sigma^2 - 4}{4}\sin^2 \frac{\omega}{c_2} L} . \quad (26)$$

Dostáváme tak přibližné vyjádření přenosové funkce, které je uvedeno například v [1] a [2]. V těchto a dalších pramenech jde o zjednodušené vyjádření přenosové funkce pro ultrazvukový rezonátor se stěnou mimo oblast rezonance ultrazvuku ve stěně.

Na obrázku 4 jsou znázorněny průběhy nezjednodušené a zjednodušené přenosové funkce pro vodu o teplotě 25 °C, které se nachází mezi měniči z keramiky PZT4 vzdálenými 10 mm. Při výpočtu bylo uváženo, že činitel útlumu α_2 je v kapalinách závislý na kvadrátu frekvence.



Obrázek 4: Ukázka teoretického průběhu přenosové funkce a jejího přibližného vyjádření

7. Porovnání přenosové funkce s jejím přibližným vyjádřením

7.1. Střídání minim a maxim

Kvadrát funkce sinus ve jmenovateli přenosové funkce dané vztahem (24) nebo kvadrát funkce sinus v jejím přibližném vyjádření daném vztahem (26) způsobuje periodické střídaní minim a maxim. Ze vztahu (24) lze snadno odvodit podmínku, kdy přenosová funkce nabývá maxim. Tato podmínka je stejná i pro přibližné vyjádření přenosové funkce dané vztahem (26). V obou případech platí, že maxima přenosové funkce nastávají pro rezonanční frekvence f_n ($n = 1, 2, \ldots$) splňující podmínku $\sin(2\pi f_n L/c_k) = 0$. Odtud podle [1] a [2] získáváme:

$$f_n = n\frac{c_2}{2L} . \quad (27)$$

Pokud vztah (27) převedeme do podoby $c_2 = 2f_n L/n$, vidíme, že rychlost šíření ultrazvuku v kapalině lze určit z frekvenčních poloh maxim přenosové funkce. V praxi se podle [1], [2] a [3] používá měření rychlosti ultrazvuku ze dvou sousedních rezonančních frekvencí f_n a f_{n+1}:

$$c_2 = 2L\left(f_{n+1} - f_n\right) . \quad (28)$$

Hodnota rezonančních frekvencí je stejná jak pro vlastní přenosovou funkci danou vztahem (24), tak pro její zjednodušený tvar daný vztahem (26). Přibližné vyjádření přenosové funkce tedy nemá žádný vliv na výpočet rychlosti ultrazvuku ve zkoumané kapalině.

7.2. Šířka peaku

Maxima přenosové funkce nastávají pro rezonanční frekvence dané vztahem (27). Dosazením libovolné z těchto frekvencí do vztahu (24) získáváme vztah pro výpočet funkční hodnoty maxim přenosové funkce.

$$T_{\mathrm{I,max}} = \frac{1}{\frac{1}{2}\sigma \sinh 2\alpha_2 L + \cosh^2 \alpha_2 L + \frac{1}{4}\sigma^2 \sinh^2 \alpha_2 L} . \quad (29)$$

Z podmínky $T_\mathrm{I} = T_{\mathrm{I,max}}/2$ získáváme podmínku pro šířku n-tého peaku přenosové funkce:

$$\Gamma_n = \frac{c_2}{\pi L} \cdot \arcsin 2\sqrt{\frac{\frac{1}{2}\sigma \sinh 2\alpha_2 L + \cosh^2 \alpha_2 L + \frac{1}{4}\sigma^2 \sinh^2 \alpha_2 L}{\sigma^2 - 4}} . \tag{30}$$

Zjednodušíme-li tento vztah pomocí vztahu (25), získáme šířku peaků odpovídající přibližnému vyjádření přenosové funkce:

$$\Gamma_{n,\text{přibl}} = \frac{c_2}{\pi L} \arcsin \frac{2 + \sigma\alpha_2 L}{\sqrt{\sigma^2 - 4}} . \tag{31}$$

Ze vztahů (30) a (31) vyplývá, že $\Gamma_n < \Gamma_{n,\text{přibl}}$.

Povšimněme si, že vztahy (30) a (31) obsahují na pravé straně činitel útlumu zkoumané kapaliny α_2. Bez toho, abychom zabíhali do podrobností, uveďme, že právě šířky peaků lze podle [1] a [2] využít pro zjišťování činitele útlumu kapaliny. Předpoklad pro zjednodušení přenosové funkce (24) na tvar (26) byl, aby v celém rozsahu měřených frekvencí platilo, že $\alpha_2 L \ll 1$. Tento požadavek lze tedy chápat, aby při měření útlumu ultrazvuku v kapalině bylo v celém rozsahu měřených frekvencí $\Gamma_{n,\text{přibl}} \approx \Gamma_n$.

8. Závěr

Odvodili jsme přenosovou funkci pro ultrazvukový rezonátor bez stěn, ve kterém je kapalina v přímém styku s měniči. Prokázali jsme, že přenosová funkce v tomto typu rezonátoru je v přibližném vyjádření shodná se zjednodušeným vyjádřením přenosové funkce uvedeným v literatuře pro rezonátor se stěnou mimo rezonanční frekvence ve stěně. Ukázali jsme teoretické omezení využití zjednodušené přenosové funkce pro měření činitele útlumu a že se toto omezení nevztahuje na měření rychlosti ultrazvuku.

Poděkování

Tento výzkumný projekt je podporován přístrojovým centrem Fakulty elektrotechnické ČVUT a grantem GAČR číslo P101/12/1925.

Za cenné rady a připomínky děkuji Ing. Milanu Červenkovi, Ph.D.

Reference

[1] Sinha D. N., Kaduchak G.: Noninvasive determination of sound speed and attenuation in liquids, *Modern acoustical techniques for the measurement of mechanical properties*, 2001.

[2] Han W., Sinha D. N., Sprinter K. N., Lizon D. C.: Noninvasive Measurement of Acoustic Properties of Fluids Using Ultrasonic Interferometry Technique, *8th International Symposium on Non Destructive, Characterization of Materials*, 1997.

[3] Buckyn V., Smyth C.: High-Resolution ultrasonic resonator measurements for analysis of liquids, *Seminars in Food Analysis*, 1999/4.

[4] Škvor Z.: *Akustika a elektroakustika*, Academia 2012.

Aproximace částí přenosové funkce třívrstvého akustického prostředí

Approximation of Parts of a Transfer Function of a Three-Layered Acoustic Medium

Jindřich Fiala

České vysoké učení technické v Praze – Fakulta elektrotechnická, Technická 2, 166 27 Praha 6
e-mail: fialaji7@fel.cvut.cz

Measurement of speed of ultrasound travelling in liquids and attenuation coefficient of liquids using the ultrasonic interferometry requires analyzing the intensity transmission coefficient of multilayered media as a function of frequency of ultrasound. Analyze of the dependence of full widths at half maximum of this function on frequency leads to the value of the attenuation coefficient of the analyzed liquid. Positions of peaks of this function leads to the value of speed of ultrasound in the analyzed liquid. We prove that peaks of this function can be approximated by the Cauchy distribution. This approximation is an effective method of obtaining full widths and positions of the peaks from measured data.

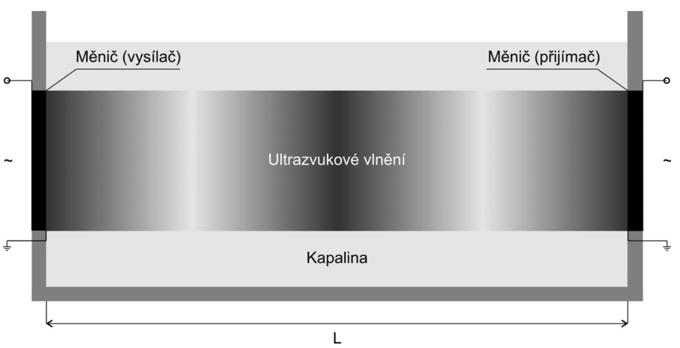
1. Úvod

Měření rychlosti šíření ultrazvuku v kapalinách pomocí interferenční metody vychází standardně z průběhu přenosové funkce několikavrstvého prostředí tvořeného zkoumanou kapalinou, měniči a případně stěnou nádoby a dalšími vrstvami.

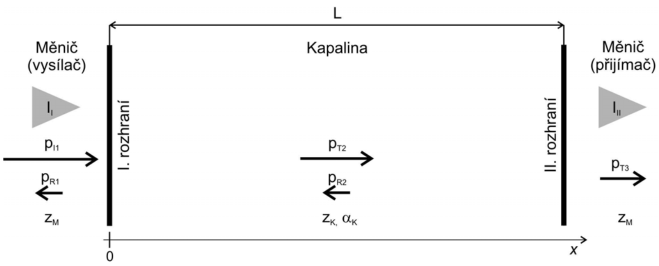
Tento článek se zabývá formální analogií mezi Cauchyho rozdělením a přenosovou funkcí třívrstvého prostředí – měnič, zkoumaná kapalina, měnič. Motivem k napsání článku bylo nalezení vhodné funkce k prokládání naměřených dat.

2. Princip interferenční metody

Zkoumaná kapalina se nachází v ultrazvukovém rezonátoru. Jedno z jeho možných uspořádání je na obrázku 1. Rezonátor má tvar kvádru, v jehož protilehlých stěnách se proti sobě nachází dva shodné ultrazvukové měniče. Jeden z měničů se využívá jako vysílač ultrazvuku, druhý jako přijímač. Vzdálenost mezi čely měničů L, průměr měničů a rozmezí frekvencí ultrazvuku jsou voleny tak, aby



Obrázek 1: Schéma rezonátoru



Obrázek 2: Charakteristika prostředí

se měnič používaný jako přijímač nacházel v blízkém poli měniče používaného jako vysílač. V takovém případě lze zanedbat vliv difrakce a předpokládat, že akustické vlny v rezonátoru jsou rovinné [1–3].

Uvažujme nejjednodušší případ měniče tvořeného pouze piezokeramickou destičkou s charakteristickou impedancí z_{M}. Zkoumaná kapalina nechť má charakteristickou impedanci z_{K}, činitel útlumu α_{K} a ultrazvuk nechť se v ní šíří rychlostí c_{K}. Charakteristické impedance z_{M} a z_{K} budeme v dalším považovat za frekvenčně nezávislé ve sledovaném frekvenčním rozsahu.

Akustické vlnění o frekvenci f vznikající v měniči použitém jako vysílač postupně prochází přes dvě akustická rozhraní – vysílač/kapalina a kapalina/přijímač. Na každém z těchto rozhraní se vlnění částečně odráží a každým z těchto rozhraní částečně prochází.

V souladu s obrázkem 2 označme I_{I} intenzitu vlny dopadající z vysílače na první rozhraní a I_{II} intenzitu vlny prošlé druhým rozhraním do přijímače. Přenosová funkce T_{I} je pak definována vztahem:

$$T_{\mathrm{I}} = \frac{I_{\mathrm{II}}}{I_{\mathrm{I}}} \,. \tag{1}$$

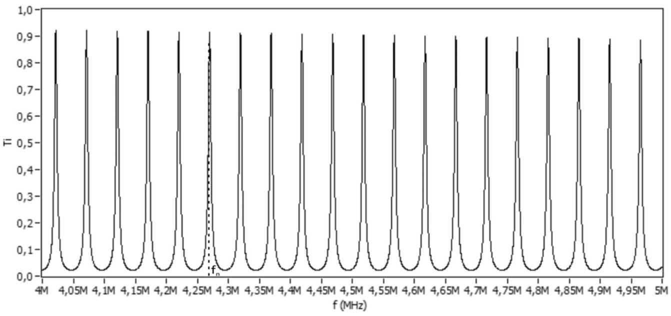
Přijato 5. srpna 2013, akceptováno 30. září 2013.

Za předpokladu, že $\alpha_K L \ll 1$, můžeme přenosovou funkci popsanou vztahem (1) zapsat podle [1, 2] ve tvaru:

$$T_\mathrm{I} = \frac{1}{\left(1+\frac{1}{2}\sigma\alpha_\mathrm{K}L\right)^2 + \frac{\sigma^2-4}{4}\sin^2\frac{2\pi f L}{c_\mathrm{K}}}\,, \tag{2}$$

kde $\sigma = z_\mathrm{M}/z_\mathrm{K} + z_\mathrm{K}/z_\mathrm{M}$.

Ukázka teoretického průběhu přenosové funkce dané vztahem (2) je na obrázku 3. Jako zkoumaná kapalina byla uvažována voda o teplotě 20 °C nacházející se mezi dvěma měniči z keramiky PZT4 ve vzdálenosti 15 mm.



Obrázek 3: Teoretický průběh přenosové funkce

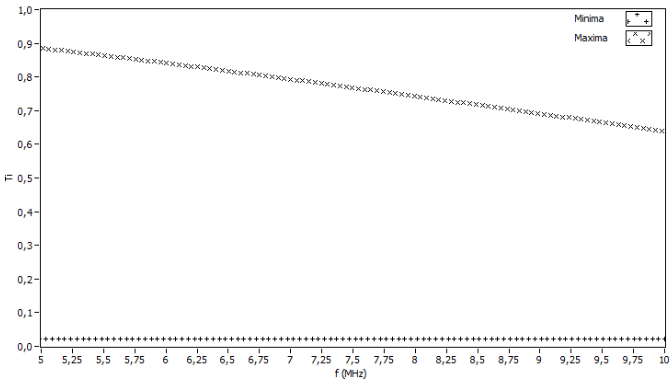
Kvadrát sinu ve jmenovateli přenosové funkce popsané vztahem (2) způsobuje pravidelné střídání minim a maxim, přičemž maxima nastávají pro rezonanční frekvence f_n. Ty musí splňovat podmínku $\sin(2\pi f_n L/c_k) = 0$. Odtud lze odvodit vzorec pro rychlost šíření ultrazvuku v kapalinách. Jsou-li f_n a f_{n+1} dvě sousední rezonanční frekvence, potom rychlost šíření ultrazvuku ve zkoumané kapalině vypočteme podle [1–3] ze vztahu:

$$c_\mathrm{K} = 2L\left(f_{n+1} - f_n\right), \qquad n = 1, 2, 3, \dots \tag{3}$$

Ve jmenovateli přenosové funkce dané vztahem (2) se vyskytuje činitel útlumu zkoumané kapaliny. V kapalinách lze činitel útlumu vyjádřit jako $\alpha_\mathrm{K} = \alpha_\mathrm{V} + \alpha_\mathrm{T}$, kde α_V je činitel útlumu způsobeného viskozitou kapaliny a α_T je činitel útlumu způsobeného tepelnou vodivostí kapalin [4,5]. Budeme-li považovat šíření ultrazvuku v kapalině za dokonale adiabatický děj, lze vliv útlumu způsobeného tepelnou vodivostí zanedbat [5]. Činitel útlumu způsobený viskozitou kapaliny je kvadraticky závislý na frekvenci. Za výše uvedených předpokladů můžeme činitel útlumu v kapalinách psát ve tvaru $\alpha_\mathrm{K} = \alpha_0 f^2$ [1, 2, 4, 5]. Pro vodu o teplotě 20 °C je $\alpha_0 = 8{,}1 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{Np}\cdot\mathrm{s}^2\cdot\mathrm{m}^{-1}$.

Závislost činitele útlumu α_K na frekvenci způsobuje změnu funkční hodnoty minim a maxim přenosové funkce. Na obrázku 4 je znázorněna teoretická závislost funkční hodnoty minim a maxim přenosové funkce na frekvenci. Jako zkoumaná kapalina byla opět uvažována voda o teplotě 20 °C nacházející se mezi dvěma měniči z keramiky PZT4 ve vzdálenosti 15 mm.

Uvažujme nyní pouze n-tý peak přenosové funkce dané vztahem (2). V souladu s označením na obrázku 5 nechť



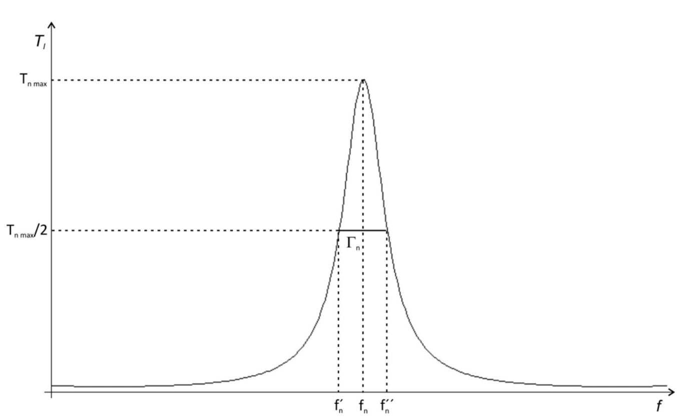
Obrázek 4: Změna funkční hodnoty minim a maxim přenosové funkce

$T_{n,\max}$ je jeho maximální funkční hodnota odpovídající rezonanční frekvenci f_n. Pro tuto frekvenci dochází k maximálnímu přenosu akustického výkonu z vysílače do přijímače. Dále nechť f_n' a f_n'' jsou frekvence, pro které je přenesený výkon poloviční ve srovnání s maximálním přeneseným výkonem. Šířku n-tého peaku pak definujeme jako $\Gamma_n = |f_n'' - f_n'|$. Jelikož funkční hodnota maxim přenosové funkce klesá s rostoucí frekvencí rychleji než funkční hodnota minim, roste s frekvencí i šířka peaků. Ze vztahu (2) plyne, že šířku n-tého peaku přenosové funkce lze vyjádřit jako:

$$\Gamma_n = \frac{c_\mathrm{K}}{\pi L}\arcsin\frac{2+\sigma\alpha_\mathrm{K}L}{\sqrt{\sigma^2-4}}\,. \tag{4}$$

Pokud je splněna podmínka, že argument funkce arcsin ve vztahu (4) je mnohem menší než jedna, což platí zejména v okolí maxima peaku, lze vztah (4) zjednodušit pomocí prvního člene Taylorovy řady. Uvažujme v souladu s předchozím, že činitel útlumu je kvadraticky závislý na frekvenci. Dále uvažujme, že $\sigma^2 \gg 4$. (Například pro vodu ve styku s keramikou PZT4 je $\sigma^2 \cong 180$.) Pak můžeme podle [1, 2] šířku peaku přenosové funkce zapsat v přibližném tvaru:

$$\Gamma_n \approx \frac{2c_\mathrm{K}}{\pi\sigma L} + \frac{\alpha_0 c_\mathrm{K}}{\pi} f_n^2\,. \tag{5}$$



Obrázek 5: Šířka peaku

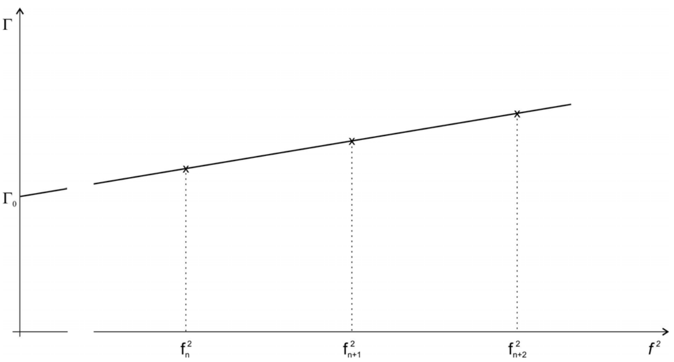
Vztah (5) ukazuje, že šířka peaků přenosové funkce roste s kvadrátem frekvence ultrazvuku.

V experimentální praxi ovlivňují šířku peaků i další jevy, jako je například nedokonalá rovnoběžnost čel měničů či obtížně teoreticky zjistitelné energetické ztráty na různých prvcích rezonátoru [1] a [2]. Tyto obtížně určitelné vlivy mohou být kalibrovány pomocí referenční kapaliny se známým činitelem útlumu $\alpha_{0\mathrm{R}}$ a také se známou rychlostí c_R, kterou se v ní šíří ultrazvuk [1] a [2].

Uvažujme, že se referenční kapalina nachází v identickém rezonátoru a ve shodných podmínkách jako zkoumaná kapalina. Šířku peaku přenosové funkce pro referenční kapalinu označme jako Γ_R. Dále nechť Γ_0, respektive $\Gamma_{0\mathrm{R}}$ jsou šířky peaků odpovídající nultému maximu přenosové funkce zkoumané, respektive referenční kapaliny. Jak je patrno ze vztahu (5), funkce $\Gamma(f^2)$ a $\Gamma_\mathrm{R}(f^2)$ jsou lineární. Hodnoty Γ_0 a $\Gamma_{0\mathrm{R}}$ lze získat pomocí extrapolace pro $f^2 \to 0$, jak je znázorněno na obrázku 6. Činitel útlumu měřené kapaliny lze pak podle [1] a [2] určit jako:

$$\alpha_\mathrm{K} = \frac{\pi}{c_\mathrm{K}}\left(\Gamma - \Gamma_0\right) - \frac{\pi}{c_\mathrm{K}}\left(\Gamma_\mathrm{R} - \Gamma_{0\mathrm{R}}\right) + \frac{c_\mathrm{R}}{c_\mathrm{K}}\alpha_{0\mathrm{R}} f^2 \,. \qquad (6)$$

Shrneme-li předchozí, rychlost ultrazvuku v kapalině, resp. činitel jejího útlumu lze určit z maxim, resp. šířek minimálně dvou peaků přenosové funkce dané vztahem (2).



Obrázek 6: Nalezení šířky peaku odpovídající nultému maximu přenosové funkce

3. Přibližné vyjádření peaku

K prokládání naměřených dat při vyhledávání rezonančních maxim bývá využíváno Cauchyho rozdělení [6]. To je charakterizováno šířkou Γ a střední hodnotou f_0 [6]:

$$p\left(f\right) = \frac{1}{\pi}\frac{\Gamma/2}{\left(f - f_0\right)^2 + (\Gamma/2)^2} \,. \qquad (7)$$

V dalším prokážeme, že jednotlivé peaky přenosové funkce můžeme formálně nahradit racionálně lomenou funkcí, která má tvar Cauchyho rozdělení.

Chceme-li aproximovat n-tý peak přenosové funkce Cauchyho rozdělením, je třeba jej znormovat tak, aby jeho maximální hodnota p_max byla rovna maximální hodnotě prokládaného peaku $T_{n,\mathrm{max}}$. Cauchyho rozdělení popsané vztahem (7) nabývá svého maxima pro $f = f_0$. Pro funkční hodnotu maxima Cauchyho rozdělení tak platí:

$$p_\mathrm{max} = \frac{1}{\pi \cdot \Gamma} \,. \qquad (8)$$

Vynásobíme-li Cauchyho rozdělení (7) konstantou $T_{n,\mathrm{max}}/p_\mathrm{max}$ získáme normované Cauchyho rozdělení:

$$p_\mathrm{N}\left(f\right) = T_{n,\mathrm{max}}\frac{(\Gamma/2)^2}{\left(f - f_0\right)^2 + (\Gamma/2)^2} \,. \qquad (9)$$

Přenosová funkce daná vztahem (2) nabývá maxim $T_{n,\mathrm{max}} = (1+\frac{1}{2}\sigma\alpha_\mathrm{K}L)$. Jak již bylo uvedeno dříve, stane se tak pro rezonanční frekvence f_n, které splňují podmínku $\sin(2\pi f_n L/c_\mathrm{K}) = 0$. Pro ostatní frekvence f v okolí peaku platí, že $\sin(2\pi f L/c_\mathrm{K}) \ll 1$. To nám umožňuje v blízkém okolí n-tého peaku přenosové funkce dané vztahem (2) položit $\sin(2\pi f L/c_k) \approx 2\pi f L/c_k$. Uvážíme-li navíc, že $\sigma^2 \gg 4$, můžeme n-tý peak přenosové funkce vyjádřit ve tvaru:

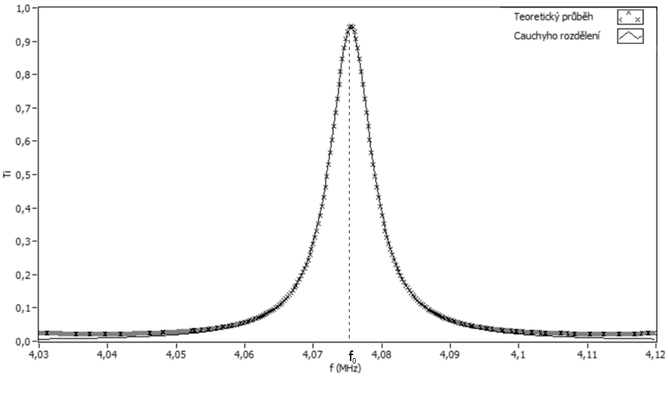
$$T_n \approx T_{n,\mathrm{max}}\frac{\left(\frac{c_\mathrm{K}}{\pi\sigma L} + \frac{\alpha_\mathrm{K} c_\mathrm{K}}{2\pi}\right)^2}{\left(f - f_n\right)^2 + \left(\frac{c_\mathrm{K}}{\pi\sigma L} + \frac{\alpha_\mathrm{K} c_\mathrm{K}}{2\pi}\right)^2} \,. \qquad (10)$$

Pohlédneme-li na vztah (10) pro přibližné vyjádření n-tého peaku přenosové funkce a vztah (9) pro normované Cauchyho rozdělení, zjistíme, že mají stejný tvar. Porovnáním odpovídajících si členů zjistíme, že šířka n-tého peaku prokládaného normovaným Cauchyho rozdělením je:

$$\Gamma_n \approx \frac{2c_\mathrm{K}}{\pi\sigma L} + \frac{\alpha_\mathrm{K} c_\mathrm{K}}{\pi} \approx \frac{2c_\mathrm{K}}{\pi\sigma L} + \frac{\alpha_0 c_\mathrm{K}}{\pi} f_n^2 \,. \qquad (11)$$

Tento vztah je identický s vyjádřením šířky peaku popsané vztahem (5), který je získán přímo z přenosové funkce. Dále vidíme, že střední hodnota normovaného Cauchyho rozdělení f_0 odpovídá rezonanční frekvenci f_n n-tého peaku.

Aproximace peaku přenosové funkce pomocí normovaného Cauchyho rozdělení je znázorněna na obrázku 7. Jako



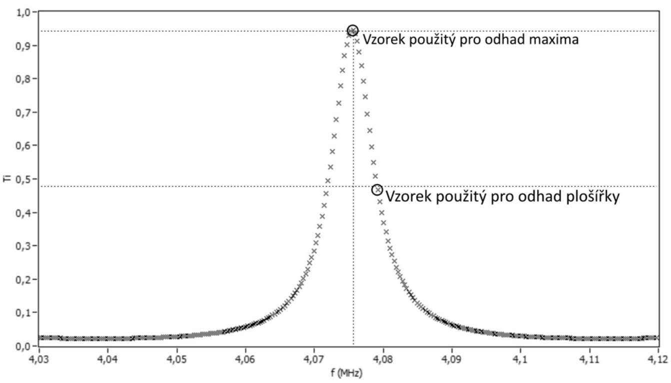
Obrázek 7: Příklad teoretického průběhu peaku přenosové funkce a normovaného Cauchyho rozdělení

zkoumaná kapalina byla znovu uvažována voda o teplotě 20 °C nacházející se mezi dvěma měniči z keramiky PZT4 ve vzdálenosti 15 mm.

Prokládání naměřených hodnot přenosové funkce se v praxi provádí pomocí nelineární metody nejmenších čtverců. Jsou-li (f_i, T_i), $i = 1, 2, \ldots$ naměřené hodnoty přenosové funkce, pak aproximační algoritmus hledá takové nastavení parametrů $T_{n,\max}$, Γ a f_0, aby byla minimální suma:

$$S(T_{n,\max}, \Gamma, f_0) = \sum_{i=1}^{N} \Big(T_i - p_N(f_i | T_{n,\max}, \Gamma, f_0) \Big)^2 . \tag{12}$$

Aproximační algoritmy vyžadují jako vstup co nejpřesnější odhady hledaných parametrů [7]. V našem případě jde o odhad střední hodnoty Cauchyho rozdělení, odhad funkční hodnoty maxima peaku a odhad šířky peaku. Ty v praxi získáme (při dostatečně malém vzorkování ve frekvenční oblasti) z naměřených vzorků. Pro daný peak nalezneme vzorek s největší funkční hodnotou, který poslouží k odhadu parametrů $T_{n,\max}$ a f_0. Poté střídavě dopředu a dozadu od tohoto vzorku hledáme takový vzorek, jehož funkční hodnota jako první klesne nebo je rovna polovině funkční hodnoty prvku s nejvyšší funkční hodnotou. Pomocí tohoto prvku určíme odhad parametru Γ, jak je znázorněno na obrázku 8.



Obrázek 8: Odhad vstupních parametrů pro aproximační algoritmus

Při reálném měření je výsledkem aproximace naměřených peaků přenosové funkce normovaným Cauchyho rozdělením množina trojic parametrů ($T_{n,\max}$, Γ, f_0). Z nich vybereme střední hodnoty normovaného Cauchyho rozdělení pro určení rychlosti ultrazvuku ve zkoumané kapalině dle vztahu (3). Dále vybereme získané šířky Cauchyho rozdělení pro zkoumanou a referenční kapalinu a určíme činitel útlumu ze vztahu (6).

4. Závěr

Ukázali jsme, že při měření činitele útlumu a rychlosti šíření ultrazvuku v kapalinách pomocí interferenční metody lze jednotlivé peaky přenosové funkce ve zvoleném typu ultrazvukového rezonátoru nahradit racionálně lomenou funkcí, která má průběh Cauchyho rozdělení. Využití tohoto rozdělení pro praktická měření je výhodné, neboť obsahuje pouze tři vstupní parametry, jejichž odhad lze snadno určit z měření při dostatečně malém vzorkování ve frekvenční oblasti.

Poděkování

Tento výzkumný projekt je podporován přístrojovým centrem Fakulty elektrotechnické ČVUT a grantem GAČR číslo P101/12/1925.

Za cenné rady a některé připomínky děkuji Ing. Milanu Červenkovi, Ph.D.

Reference

[1] Sinha D. N., Kaduchak G.: Noninvasive determination of sound speed and attenuation in liquids, *Modern acoustical techniques for the measurement of mechanical properties*, 2001.

[2] Han W., Sinha D. N., Sprinter K. N., Lizon D. C.: Noninvasive Measurement of Acoustic Properties of Fluids Using Ultrasonic Interferometry Technique, *8th International Symposium on Non Destructive, Characterization of Materials*, 1997.

[3] Buckyn V., Smyth C.: High-Resolution ultrasonic resonator measurements for analysis of liquids, *Seminars in Food Analysis*, 1999/4.

[4] Obraz J.: *Zkoušení materiálu ultrazvukem*, SNTL 1989.

[5] Cheeke J.: *Fundamentals and Applications of Ultrasonic Waves*, CRC Press LLC 2002.

[6] Bevington P. R., Robinson K. D.: *Data reduction and error analysis for the physical sciences*, McGraw-Hill Higher Ecudation, New York 2003.

[7] Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Fklannery B. P.: *Numerical recipes*, Cambridge University Press, Cambridge 2007.

Akustické listy: ročník 19, číslo 3–4 prosinec 2013 ISSN: 1212-4702
Vydavatel: Česká akustická společnost, Technická 2, 166 27 Praha 6 Vytisklo: Nakladatelství ČVUT, výroba
Počet stran: 16 Počet výtisků: 200

Uzávěrka příštího čísla Akustických listů je 28. února 2014.