# AKUSTICKÉ LISTY

 ${\rm \check{C}esk\acute{e}}$ akustické společnosti

ročník 8, číslo 4

prosinec 2002

Obsah
Pozvánka na Valnou hromadu České akustické společnosti
Profesor Dr. Ing. Josef Merhaut, DrSc. oslavil 5. listopadu své osmdesátépáté narozeniny
Zemřel profesor Jiří Havránek
65. akustický seminář ČsAS
Jan Kozák
Limitní přechod od tranzientních spektrálních hustot k diskrétnímu spektru periodického zvuku Zdeněk Kyncl
Tlumení v mechanických soustavách Pavel Urban
Elektrostatický měnič s pohyblivou elektrodou ve tvaru čtvercové destičky vetknuté po obvodě <i>Tereza Táborská</i>
Snímání a analýza zvuků vydávaných pavouky rodu <i>Palpimanus</i> (Araneae: Palpimanidae) Libor Husník a Stano Pekár

ČESKÁ AKUSTICKÁ SPOLEČNOST

Rada České akustické společnosti svolává ve smyslu stanov

# VALNOU HROMADU,

která se bude konat ve čtvrtek 23. ledna 2002 na fakultě elektrotechnické ČVUT, Technická 2, Praha 6 – Dejvice.

#### Rámcový program:

10:00 - 11:45 Jednání v odborných skupinách. Rozpis místností pro jednání v odborných skupinách bude vyvěšen ve vstupním prostoru fakulty a na dveřích sekretariátu společnosti, č. dveří 430.

 $12{:}00-13{:}00\ Prezentace$ 

13:15 – 16:00 Plenární zasedání, místnost č. 209

Důležité upozornění: Člen společnosti, který se nebude moci Valné hromady osobně zúčastnit, pověří jiného člena, aby jej zastupoval. Jeden člen společnosti může zastupovat nejvýše tři členy. Formulář pověření je součástí tohoto čísla Akustických listů.

#### Profesor Dr. Ing. Josef Merhaut, DrSc. oslavil 5. listopadu své osmdesátépáté narozeniny



Prof. Merhaut se narodil v roce 1917 v Praze. Po maturitě na reálném gymnáziu nastoupil v roce 1936 na Fakultu strojní a elektrotechnickou Českého vysokého učení technického, kde studoval až do uzavření vysokých škol. Během druhé světové války pracoval v podniku Telegrafia v Pardubicích a vysokoškolská studia ukončil v roce 1946. V roce 1948 získal doktorský titul Dr. Ing. V roce 1961 obhájil doktorskou práci Intermodulační zkreslení reproduktorů a získal titul doktora technických věd (DrSc.). Jeho odborným zaměřením od počátku profesní kariéry byla oblast elektroakustiky a zejména elektroakustických měničů. V tomto oboru získal mezinárodní věhlas a uznání. Ve své práci vždy spojoval vědní přístup k řešení problému s experimentálním ověřováním a praktickou aplikací. Tímto pojetím své práce ovlivňoval své spolupracovníky a později za svého působení na vysoké škole i své žáky.

V letech 1946 až 1964 působil v podniku Tesla, kde zastával později funkci ředitele Výzkumného ústavu elektroakustiky (VÚELA). Při náročné řídící práci vždy soustavně

vědecky pracoval, vždy si nalezl čas na laboratoř a dílnu. Systematická práce přinášela významné výsledky. V roce 1948 pro první poválečný Všesokolský slet vyprojektoval originální zemní reproduktor pro ozvučení plochy strahovského stadionu, a má přední podíl na úspěchu elektroakustiky na Světové výstavě 1958 EXPO v Brusselu.

V roce 1964 byl jmenován vysokoškolským profesorem a od roku 1965 působil na Fakultě elektrotechnické Českého vysokého učení technického jako pedagog, vedoucí katedry a proděkan. Kromě práce pedagogické se intenzivně věnoval i vědecké práci. Koncem šedesátých let teoreticky zpracoval, navrhl a zkonstruoval elektrostatický tlakový reproduktor, který ve své době svou originalitou a svými vlastnostmi vzbudil velkou pozornost.

Prof. Merhaut je autorem řady publikací. Uveďme jeho nejznámější knihu Teoretické základy elektroakustiky, která vyšla v řadě vydání v nakladatelství Academica. Jeho kniha Theory of elektroacoustics, která vyšla v nakladatelství McGraw Hill, je jako učebnice používána k výuce elektroakustiky a zejména měničů v magisterských a doktorských studijních programech na řadě zahraničních univerzit.

Významná byla jeho činnost v oblasti technické normalizace, kde působil v řadě našich komisí. Mimořádně významné bylo jeho působení v Mezinárodní elektrotechnické komisi IEC (International Electrotechnical Commission), ve které působil řadu let v pracovní komisi 29 WG 1 (Reproduktory) a v letech 1977 až 1984 byl jejím předsedou. Dvě období (1978 až 1984) zastával prestižní volenou funkci viceprezidenta IEC. Za zásluhy o normalizaci a reprezentaci ČSR v IEC bude při příležitosti výročí 80 let vzniku české normalizace prof. Merhautovi předána cena Vladimíra Lista.

Jubilantova minulá i současná odborná, tvůrčí a publikační aktivita je obdivuhodná. Od roku 2000 doposud se významně podílí na řešení grantového projektu v oboru měničů a zpracoval originálním způsobem řadu otázek týkajících se zejména tranzientních odezev.

Každý, kdo zná Prof. Merhauta, ví, že kromě vážného přístupu k vědeckým a odborným otázkám, umí o řadě věcí hovořit zcela nevážně s osobitým a pro něho typickým humorem. Tento humor patří k němu stejně neodmyslitelně jako jeho dýmka. Přejeme jubilantovi stálou duševní svěžest a plnou fyzickou pohodu a nepolevující zájem o nové otázky a problémy posunující stále vpřed lidské poznání...

... felix qui potuit rerum cognoscere causas...

# Zemřel profesor Jiří Havránek



V pondělí 28. října 2002 zemřel po těžké nemoci ve věku 74 let prof. MUDr. Jiří Havránek, CSc. Byl jedním z nejvýznamnějších představitelů oboru hygiena v posledním padesátiletém období spjatém s budováním a rozvojem hygienické služby a Lékařské fakulty hygienické.

Prof. Havránek se narodil 21. září 1928 v Ostravě. Po maturitě na gymnáziu ve Valašském Meziříčí v roce 1948 započal svá vysokoškolská studia na lékařské fakultě Univerzity Karlovy v Praze, kde v roce 1953 promoval. Už jako student projevoval zájem o výzkumnou činnost, nejprve pracoval jako pomocná vědecká síla na katedře histologie, později na katedře hygieny LFH UK. Na tuto katedru také na podzim roku 1953 nastoupil jako interní aspirant a v roce 1956 začal zde působit jako odborný asistent.

Kandidátskou disertační práci zaměřenou na studium vlivu hluku na člověka v laboratorních podmínkách úspěšně obhájil v roce 1962. Habilitoval obhájením docentské práce na téma "Hygienické problémy bytové výstavby" a v roce 1968 byl jmenován docentem hygieny. Na své jmenování profesorem si musel počkat až do roku 1991. V roce 1968 se totiž výrazně angažoval v odporu vysokých škol proti okupaci republiky ruskými vojsky a jejich spojenci.

Po celou dobu působení na katedře hygieny obecné a komunální LFH UK se vedle úspěšné pedagogické činnosti zabýval výzkumem hygieny bydlení a v posledních letech především problematikou hluku. Výsledky vědeckovýzkum-

zabýval výzkumem hygieny bydlení a v posledních letech především problematikou hluku. Výsledky vědeckovýzkumného úsilí publikoval dosud ve více než stech odborných článcích a statích a přednášel o nich na mnoha kongresech, sympoziích a seminářích u nás i v zahraničí. Autorsky se podílel na přípravě všech učebních pomůcek a skript vydaných katedrou hygieny obecné a komunální LFH UK. Samostatně publikoval skripta "Obecná a speciální hygiena" pro obor ochrana přírodního prostředí na přírodovědecké fakultě UK a monografie "Hygiena výstavby a bydlení" a "Hluk a zdraví".

Zastával mnoho funkcí v rámci fakulty, byl členem řady odborných a organizačních komisí, jako školitel vedl řadu aspirantů. Byl redaktorem časopisů Čs. hygiena a Životní prostředí.

Bude obtížné obejít se bez Jiřího Havránka. Jeho rozsáhlé speciální i obecné znalosti, jeho schopnost nalézat řešení složitých situací vynikajícím společenským přístupem a taktem, který umožňoval potlačovat konflikty a otevírat cestu ke spolupráci. Požíval vysoké důvěry u všech přátel a partnerů ve svoji čestnost, nezištnost a odbornost. Z těchto a mnoha důvodů je pro nás odchod profesora Havránka velkou ztrátou.

# 65. akustický seminář ČsAS

pořádaný ve spolupráci s českou sekcí AES se konal od 21. 10. do 24. 10. 2002 ve Skalském dvoře. Seminář zaměřený na všechny oblasti akustiky, které ČsAS zastřešuje, organizovala odborná skupina "Hluk a vibrace". Více jak 70 účastníků vyslechlo 26 kvalitních referátů (19 je otištěno ve sborníku), potěšující je vysoká odborná úroveň příspěvků doktorandů studujících na ČVUT. Kromě účastníků z ČR se semináře zúčastnily kolegové ze Slovenska a Rakouska. Již tradičně byla k většině přednesených sdělení bohatá diskuse – diskuse se rozvinula zejména po přednášce ing. T. Hellmutha, která obsahovala množství informací o současném stavu a perspektivách zdravotnické legislativy a hygienické služby.

V průběhu semináře byla ve vedlejším sále výstava měřicích přístrojů (zvukoměrů, analyzátorů atd.) a materiálů sloužících ke snižování hluku. Své výrobky prezentovaly firmy: Brüel & Kjær, LB-ecktonic, ORSIL (Saint Globain) a Soning.

V rámci semináře proběhla veřejná členská schůze výborů OS Hluk a vibrace a Stavební a prostorová akustika, které se účastnila většina přítomných. Na schůzi byla podána informace o práci výborů a Rady ČsAS v uplynulém období a podrobná informace mezinárodní konferenci Inter-Noise 2004. Účastníci se dohodli na pořádání 66. akustického semináře, který bude zaměřen především na hluk strojů a stavební akustiku a jeho uspořádání zajistí Ing. Petr Budek v květnu 2003 v okolí Plzně.

Seminář ani vydání sborníku přednášek by nebylo možné připravit na tak vysoké úrovni, kdyby nebylo laskavé podpory sponzorů a obětavé práce O. Kudějové, M. Dvořákové a doc. O. Jiříčka.

Všem jim co nejupřímněji děkuji

Jan Kozák

# Limitní přechod od tranzientních spektrálních hustot k diskrétnímu spektru periodického zvuku

Zdeněk Kyncl

Elektrotechnická fakulta ČVUT  $166\,27$  Praha

Based on the translation theorem the Fourier transform of the quasi periodic sound pressure is expressed. An expression of the Fourier transform of an ideal periodic sound pressure is derived by means of the Dirac  $\delta$ -function. Based on the inverse Fourier transform the ideal periodic sound pressure is expressed by the Fourier series. The discrete spectrum of the *root mean square value* of the ideal periodic sound pressure is expressed by means of the simplified Parseval theorem while the discrete spectrum of the *acoustical intensity* is expressed by means of the generalized Parseval theorem, where the particle velocity is expressed using the linearized Euler equation. Finally the results are applied to the spherical periodical sound wave.

# 1. ÚVOD

Tento článek představuje druhou část pojednání o akustických spektrálních hustotách. První část [1] byla věnována exaktnímu vyjádření spektrálních hustot integrálních veličin lineárního tranzientního zvukového pole na základě Parsevalova teorému, aplikovaného na Fourierovu transformaci základních akustických veličin. Původně autor předpokládal, že druhá část bude pojednávat o aplikaci exaktních tranzientních spektrálních hustot na analýzu reálné zvukové pole. V průběhu tvorby však došel k závěru, že modifikaci exaktních tranzientních rovnic [1] pro analýzu reálného zvukového pole je třeba budovat na konfrontaci exaktního vyjádření spektrálních hustot integrálních veličin tranzientního zvukového pole a diskrétních spektrálních veličin ideálního časově periodického zvukového pole.

Proto je druhá část věnována limitnímu přechodu od tranzientních spektrálních hustot k diskrétní spektrální interpretaci ideálního časově periodického zvukového pole.

#### 2. Fourierova transformace ideálního periodického akustického tlaku

Ideální periodický akustický tlak je definován spojitou funkcí času  $p(\vec{r},t)$  se spojitými derivacemi, pro níž platí v celém intervalu  $(-\infty,\infty)$  podmínka (viz [3])

$$p(\vec{r},t) = p(\vec{r},t+T_1), \quad t \in (-\infty,\infty), \quad (1)$$

přičemž platí

$$\frac{1}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} p(\vec{r}, t) \mathrm{d}t = 0$$
(2)

a

$$\frac{1}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} p^2(\vec{r}, t) \mathrm{d}t = p_{ef}^2(\vec{r}) < \infty, \qquad (3)$$

kde  $t_0$  je libovolný časový okamžik v intervalu  $(-\infty, \infty)$ a  $p_{ef}(\vec{r})$  je efektivní hodnota akustického tlaku v daném bodě  $\vec{r}$  zvukového pole.

Pro lepší přehlednost rovnic nebudeme v této kapitole psát ve funkčních závorkách závislost na polohovém vektoru  $\vec{r}$ .

Je zřejmé, že definice ideálního periodického akustického tlaku (1) nesplňuje podmínky Fourierovy transformace (2), (3) v [1]. Abychom mohli vyjádřit Fourierovu transformaci ideálního periodického akustického tlaku, budeme se přibližovat k ideálnímu periodického tlaku, butlaku prostřednictvím kvaziperiodického "akustického impulsu", jehož vytvářecí impuls je definován podmínkou

$$p_0(t) \begin{cases} = p(t) & \text{pro } 0 \le t \le T_1 \\ = 0 & \text{pro } t < 0, \ t > T_1 \end{cases},$$
(4)

kde časový průběh p(t) je dán definičním vztahem (1).

Kvaziperiodický "impuls" pak můžeme vyjádřit jako sumu

$$p_{\mp n}(t) = \sum_{i=-n}^{n} p_0(t - iT_1).$$
(5)

Fourierův obraz [1]–(11) tohoto průběhu je podle věty o translaci:

$$P_{\mp n}(f) = P_o(f) \sum_{i=-n}^{n} \exp(-j2\pi f \, i \, T_1), \qquad (6)$$

kde

$$P_o(f) = \int_0^{T_1} p_0(t) \exp(-j2\pi f t) dt$$
 (7)

je Fourierův obraz vytvářecího impulsu. Označíme-li sumu v této rovnici

$$\chi_{\mp n}(f) = \sum_{i=-n}^{n} \exp(-j2\pi f \, i \, T_1) \,, \tag{8}$$

můžeme vyjádřit Fourierův obraz kvazi<br/>impulsu $\left(5\right)$ jako součin

$$P_{\mp n}(f) = \chi_{\mp n}(f) \ P_o(f) \,. \tag{9}$$

Abychom převedli sumu (8) na přehlednější tvar, rozložíme ji na součet tří částí

$$\chi_{\mp n}(f) = \chi_{-n}(f) + \chi_o(f) + \chi_{+n}(f), \qquad (10)$$

kde

$$\chi_{-n}(f) = \sum_{i=-n}^{-1} \exp(-j2\pi f \, i \, T_1) \,, \tag{11}$$

$$\chi_o(f) = \exp(2\pi f \, 0 \, T_1) = 1 \,, \tag{12}$$

$$\chi_{+n}(f) = \sum_{i=1}^{n} \exp(-j2\pi f \, i \, T_1) \,. \tag{13}$$

Záměnou sumačních indexů převedeme sčítance v (11) na geometrickou posloupnost s kvocientem  $\exp(j2\pi f T_1)$ 

$$\chi_{-n}(f) = \sum_{i=1}^{n} \exp(j2\pi f \, i \, T_1) \,, \tag{14}$$

jejíž součet je

$$\chi_{-n}(f) = \exp(j2\pi f T_1) \frac{1 - \exp(j2\pi f n T_1)}{1 - \exp(j2\pi f T_1)}.$$
 (15)

Podobně sumu (13) vyjádříme jako sočet geometrické posloupnosti s kvocientem  $\exp(-j2\pi\,f\,T_1)$ 

$$\chi_{+n}(f) = \exp(-j2\pi f T_1) \frac{1 - \exp(-j2\pi f n T_1)}{1 - \exp(-j2\pi f T_1)}.$$
 (16)

Nejdříve sečteme obě sumy

$$\chi_{-n}(f) + \chi_{+n}(f) =$$

$$= \exp(j2\pi fT_1) \frac{1 - \exp(j2\pi fnT_1)}{1 - \exp(j2\pi fT_1)} +$$

$$+ \exp(-j2\pi fT_1) \frac{1 - \exp(-j2\pi fnT_1)}{1 - \exp(-j2\pi fT_1)}.$$

Po převedení na společného jmenovatele a roznásobení se vyruší imaginární části, takže dostaneme reálnou hodnotu

$$\chi_{-n}(f) + \chi_{+n}(f) =$$

$$= -\frac{1 + \cos(2\pi f(n+1)T_1) - \cos(2\pi fT_1) - \cos(2\pi fT_1)}{1 - \cos(2\pi fT_1)}.$$

Přičteme-li k tomuto vyjádření hodnotu  $\chi_o(f) = 1$  danou rovnicí (12), dostaneme po malé úpravě vyjádření sumy (8) ve tvaru

Akustické listy, 8(4), prosinec 2002, str. 5–11

$$\chi_{\mp n}(f) = -\frac{\cos(2\pi f(n+1)T_1) - \cos(2\pi f n T_1)}{1 - \cos(2\pi f T_1)}$$

Vyjádříme-li čitatele podle známého goniometrického vzorce

$$\cos(2\pi f(n+1)T_1) - \cos(2\pi f nT_1) =$$
  
= -2 \sin(\pi f(2n+1)T\_1) \sin(\pi f, T\_1)

a jmenovatele podle vzorce

$$1 - \cos(2\pi f T_1) = 2\sin^2(\pi f T_1),$$

dostaneme po zkrácení

© ČsAS

$$\chi_{\mp n}(f) = \frac{\sin(\pi f (2n+1)T_1)}{\sin(\pi f T_1)}.$$
 (17)

Prozkoumejme kmitočtovou závislost koeficientu  $\chi_{\mp n}(f)$ . Vzhledem k tomu, že čitatel i jmenovatel zlomku ve vyjádření  $\chi_{\mp n}(f)$  (17) nabývá pro

$$f_k = k f_1, \quad f_1 = \frac{1}{T_1}$$
 (18)

nulové hodnoty, budeme hodnotu  $\chi_{\mp n}(f_k)$  definovat limitou, kterou stanovíme pomocí L'Hopitalova pravidla

$$\chi_{\mp n}(f_k) = \lim_{f \to f_k} \frac{\sin(\pi f(2n+1)T_1)}{\sin(\pi f T_1)} =$$
$$= \lim_{f \to f_k} \frac{\pi (2n+1)T_1 \cos(\pi f(2n+1)T_1)}{\pi T_1 \cos(\pi f T_1)} = 2n+1,$$

tedy

$$\chi_{\mp n}(f_k) = 2n + 1.$$
 (19)

Z porovnání kmitočtových závislostí  $\chi_{\mp n}(f)$  pro řadu hodnot *n* je patrné, že s rostoucím *n* nabývá koeficient  $\chi_{\mp n}(f)$ na kmitočtech  $f_k = kf_1$  velice ostrých maxim, přičemž šíře kmitočtového pásma v okolí maxim se prudce zužuje (viz grafy na obr. 1, za jejichž tvorbu vyjadřuje autor touto cestou dík svému kolegovi ing.M.Červenkovi).

Pro Fourierův obraz kvaziimpulsu (5) podle (9) platí

$$P_{\mp n}(f_k) = (2n+1) P_o(f_k).$$
(20)

Je zřejmé, že pro ideální periodický akustický tlak, tj. pro  $n \to \infty$ , nabývá  $\chi_{\mp n}(f_k)$  (19) nekonečně velké hodnoty a mimo kmitočty  $f_k$  osciluje hodnota koeficientu  $\chi_{\mp n}(f)$  s rostoucím n kolem nulové hodnoty, takže pro limitu platí

$$\lim_{k \to \infty} \chi_{\mp n}(f) \begin{cases} = \infty & \text{pro } f = f_k \\ = 0 & \text{pro } f \neq f_k \end{cases}$$
(21)

Koeficient (21) je tedy zřejmě tvořen serií Diracových funkcí

$$\chi_{\mp\infty}(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - f_k), \qquad (22)$$



Obrázek 1: Kmitočtové průběhy koeficientu  $\chi_{\mp n}(f)$ 

přičemž pro zdrojovou funkci $k\text{-tého Diracova impulsu}\ [5] platí$ 

$$\chi_k(f) = \begin{cases} = \frac{\sin(\pi f(2n+1)T_1)}{\sin(\pi fT_1)} & \text{pro } f_k - \frac{1}{2}f_1 \le f \le f_k + \frac{1}{2}f_1 \\ = 0 & \text{pro } f < f_k - \frac{1}{2}f_1, f > f_k + \frac{1}{2}f_1 \end{cases}$$
(23)

Mohutnost k-té Diracovy funkce je dána integrálem

$$\int_{-\infty}^{\infty} \chi_k(f) df = \int_{f_k - \frac{1}{2}f_1}^{f_k + \frac{1}{2}f_1} \chi_{\mp n}(f) df =$$
(24)
$$= \int_{f_k - \frac{1}{2}f_1}^{f_k + \frac{1}{2}f_1} \frac{\sin(\pi f(2n+1)T_1)}{\sin(\pi f T_1)} df.$$

Tento integrál můžeme vypočítat tak, že stanovíme Taylorův rozvoj funkce  $\chi_{\mp n}(f)$ , který pak budeme integrovat člen po členu.

Tato operace je dosti zdlouhavá, proto použijeme sbírky integrálů [2], v níž je na str.157, pod číslem (2.539), uveden následující integrál

$$\int \frac{\sin((2n+1)x)}{\sin x} dx = 2\sum_{i=1}^{n} \frac{\sin(2ix)}{2i} + x.$$
 (25)

Dosaď<br/>me do (25)  $(x=\pi T_1 f)$ 

$$\int \frac{\sin(\pi(2n+1)T_1f)}{\sin(\pi T_1f)} df = \frac{2}{\pi T_1} \sum_{i=1}^n \frac{\sin(2\pi i T_1f)}{2i} + f.$$
(26)

Po dosazení mezí podle (24) dostaneme

$$\int_{f_k - \frac{1}{2}f_1}^{f_k + \frac{1}{2}f_1} \frac{\sin(\pi(2n+1)T_1f)}{\sin(\pi T_1f)} df =$$

$$\frac{2}{\pi T_1} \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\sin(\pi(2k+1)i)}{2i} - \frac{\sin(\pi(2k-1)i)}{2i} \right] + f_1 =$$

$$= f_1, \qquad (27)$$

neboť všechny sčítance v sumě jsou nulové.

Dosadíme-li tento výsledek do (24), dostaneme

$$\int_{-\infty}^{\infty} \chi_k(f) \mathrm{d}f = f_1 \,, \tag{28}$$

kde

=

$$f_1 = \frac{1}{T_1}.$$

Vzhledem k tomu, že tento výsledek nezávisí na n,platí i pro $n \to \infty$ 

$$\int_{f_k - \frac{1}{2}f_1}^{f_k + \frac{1}{2}f_1} \delta(f - f_k) \mathrm{d}f = f_1 \,, \tag{29}$$

takže vyjadřuje mohutnost k-tého Diracova impulsu (22).

Fourierův obraz ideálního periodického akustického tlaku  $P_{\mp\infty}(f)$  (9) tedy podle (22) a (29) můžeme vyjádřit

$$P_{\mp\infty}(f) = P_o(f) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - f_k).$$
 (30)

© ČsAS

## 3. Zpětná Fourierova transformace ideálního periodického akustického tlaku

Zpětnou transformaci k $P_{\mp\infty}(f)$ můžeme vyjádřit podle [1]–(14) ve tvaru

$$p_{\mp\infty}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\mp\infty}(f) \, \exp(j2\pi f t) \, \mathrm{d}f \,, \qquad (31)$$

tj. podle (30)

$$p_{\mp\infty}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - f_k) P_o(f) \exp(j2\pi f t) \mathrm{d}f. \quad (32)$$

Zaměníme-li pořadí sumace a integrace, dostaneme přehlednější tvar

$$p_{\mp\infty}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(f - f_k) P_o(f) \exp(j2\pi f t)) \mathrm{d}f.$$
(33)

Pro každý integrál za sumačním znaménkem pak vzhledem k $(29)~[5]~{\rm plati}$ 

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(f - f_k) P_o(f) \exp(j2\pi f t) df =$$
$$= \frac{1}{T_1} P_o(f_k) \exp(j2\pi f_k t).$$
(34)

Po dosazení (34) do (33) dostaneme vyjádření zpětné transformace ve tvaru sumy

$$p_{\mp\infty}(t) = \frac{1}{T_1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} P_o(f_k) \exp(j2\pi f_k t).$$
 (35)

Vzhledem k tomu, že reálné části sčítanců jsou sudé funkce proměnné f a imaginární části jsou funkce liché, které se v součtu přes interval  $(-\infty, \infty)$  vyruší, můžeme vyjádření zpětné transformace převést na tvar bližší akustikům, neboť v něm kmitočet nabývá pouze kladných hodnot

$$p_{\mp\infty}(t) = \frac{1}{T_1} 2 \text{Re} \sum_{k=1}^{\infty} P_o(f_k) \exp(j2\pi f_k t).$$
 (36)

Je zřejmé, že Fourierovu transformaci vytvářecího impulsu pro kmitočet  $f_k$  definovanou rovnicí (7)

$$P_o(f_k) = \int_0^{T_1} p_0(t) \, \exp(-j2\pi \, f_k \, t) \, \mathrm{d}t \tag{37}$$

lze stanovit z kterékoliv periody ideálně periodického akustického tlaku (1), tj.

$$P_o(f_k) = \int_{t_o}^{t_o+T_1} p(t) \exp(-j2\pi f_k t) dt.$$
 (38)

# 4. Vyjádření zpětné Fourierovy transformace ideálního periodického akustického tlaku Fourierovou řadou

Je zřejmé, že rovnice (35) - (38) vyjadřují rozklad ideálního periodického tlaku na Fourierovu řadu. Upravme vyjádření Fourierova rozvoje na tvar, vhodný pro spektrální popis lineárního zvukového pole s ideálně periodickým průběhem akustického tlaku, definovaným rovnicí (1)

$$p(\vec{r},t) = p(\vec{r},t+T_1), \quad t \in (-\infty,\infty).$$

V souhlase s(36) budeme používat označení podle definice(1)

$$p_{\mp\infty}(\vec{r},t) = p(\vec{r},t).$$
(39)

Vzhledem k tomu, že nám jde o studium zvukového pole, vrátíme se k úplnému uvádění funkčních závislostí  $(\vec{r}, t)$ .

Označíme-li v rovnici (36)

$$\hat{p}_{km}(\vec{r}) = \frac{2}{T_1} P_o(\vec{r}, f_k), \qquad (40)$$

tj. po dosazení podle $\left(38\right)$ 

$$\hat{p}_{km}(\vec{r}) = \frac{2}{T_1} \int_{t_o}^{t_o+T_1} p(\vec{r},t) \exp(-j2\pi f_k t) dt, \qquad (41)$$

dostaneme známé vyjádření Fourierova rozvoje ideálního periodického akustického tlaku

$$p(\vec{r},t) = \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Re}[\hat{p}_{km}(\vec{r}) \exp(j2\pi f_k t)].$$
 (42)

Vyjádříme-li fázor k-té harmonické složky  $\hat{p}_{km}(\vec{r})$  pomocí fáze  $\psi_k$  a amplitudy  $p_{km}(\vec{r})$ 

$$\hat{p}_{km}(\vec{r}) = p_{km}(\vec{r}) \exp(j\psi_k), \qquad (43)$$

kde  $p_{km}$  a  $\psi_k$  stanovíme z (41) podle vztahů

$$p_{km} = \sqrt{[\operatorname{Re}\hat{p}_{km}]^2 + [\operatorname{Im}\hat{p}_{km}]^2},$$
$$\cos\psi_k = \frac{\operatorname{Re}\hat{p}_{km}}{p_{km}},$$
(44)

© ČsAS

$$\sin\psi_k = \frac{\operatorname{Im}\hat{p}_{km}}{p_{km}}$$

můžeme vyjádřit k-tou harmonickou složku ve tvaru

$$p_k(\vec{r},t) = \operatorname{Re}[p_{km}(\vec{r})\exp(j\psi_k)\exp(j2\pi f_k t)] =$$
$$= p_{km}(\vec{r})\operatorname{Re}\exp(j(2\pi f_k t + \psi_k)) =$$
$$= p_{km}(\vec{r})\cos(2\pi f_k t + \psi_k),$$

tedy

$$p_k(\vec{r},t) = p_{km}(\vec{r})\cos(2\pi f_k t + \psi_k).$$
 (45)

Fourierův rozvoj pak je

$$p(\vec{r},t) = \sum_{k=1}^{\infty} p_{km}(\vec{r}) \cos(2\pi f_k t + \psi_k).$$
 (46)

Vyjádření fázorů harmonických složek (41) pomocí Fourierova obrazu vytvářecího kvaziimpulsu  $P_o(f_k)$  (37) by mohlo vést k mylnému závěru, že lze spektrum reálného periodického akustického tlaku stanovit analýzou pouze jedné periody. Tento problém podrobně prodiskutujeme ve třetí části tohoto díla, která bude věnována aplikaci spektrálních rovnic lineárního adiabatického zvukového pole k analýze reálného zvukového pole.

#### 5. Fázorová vlnová rovnice

Aplikujeme-li fázorovou Fourierovu transformaci (41) na časovou vlnovou rovnici pro ideální periodický akustický tlak, dostaneme fázorový tvar vlnové rovnice

$$\Delta \hat{p}_{km}(\vec{r}) + \left(\frac{2\pi f}{c}\right)^2 \hat{p}_{km}(\vec{r}) = 0, \qquad (47)$$

kde  $\hat{p}_{km}(\vec{r})$  je fázor akustického tlaku k-té harmonické složky (41). Fázor normálové složky akustické rychlosti vyjádříme analogicky k [1]–(13) pomocí transformované pohybové rovnice

$$\hat{v}_{nkm}(\vec{r}) = -\frac{1}{j \, 2 \, \pi \, f \, \varrho_s} \frac{\partial \, \hat{p}_{km}(\vec{r})}{\partial n} \,. \tag{48}$$

# 6. Řešení fázorové vlnové rovnice pro sférickou časově periodickou vlnu

Předpokládejme, že ve volném prostoru emituje sférický zdroj časově periodickou zvukovou vlnu. Je-li poloměr zdroje malý, může být v jeho blízkosti pole silně neline-ární.

Zkoumejme tedy zvukové pole v takové vzdálenosti od zdroje, při níž jsou s přípustnou neurčitostí splněny podmínky lineárního adiabatického přiblížení. Vymezíme-li rozhraní mezi nelineární a lineární oblastí poloměrem  $r_o$ , pak pro oblast linearity  $r \geq r_o$  lze fázorovou vlnovou rovnici (47) převést na tvar

$$\frac{\partial^2 [r \, \hat{p}_{km}(r)]}{\partial r^2} + \left(\frac{2 \, \pi \, f}{c}\right)^2 [r \, \hat{p}_{km}(r)] = 0 \, , \, r \ge r_o \, , \, (49)$$

kde j<br/>sme pro souřadnicovou soustavu s počátkem ve středu zdroje vyjádřili operátor<br/>  $\Delta$  ve tvaru

$$\Delta \hat{p}_{km}(r) = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r \, \hat{p}_{km}(r))}{\partial r^2} \, , \, r \ge r_o \, . \tag{50}$$

Řešení vlnové rvnice (49) za uvedených předpokladů je

$$\hat{p}_{km}(r) = \hat{p}_{km}(r_o) \frac{r_o}{r} \exp\left(-j2\pi f \frac{r-r_o}{c}\right),$$

$$r \ge r_o, \qquad (51)$$

Index r vyjadřuje, že normála má směr radiusvektoru  $\vec{r}$ .

Fázor normálové složky akustické rychlosti ke kulové ploše, jejíž střed je totožný se středem zdroje, pak vyjádříme podle (48) ve tvaru

$$v_{rkm}(r) =$$

$$= \hat{v}_{rkm}(r_o) \left(\frac{r_o}{r}\right)^2 \frac{j2\pi f r + c}{j2\pi f r_o + c} \exp\left(-j2\pi f \frac{r - r_o}{c}\right),$$

$$r \ge r_o, \qquad (52)$$

kde

$$\hat{v}_{rkm}(r_o) = \hat{p}_{km}(r_o) \frac{j2\pi f r_o + c}{j \, 2\pi \, \varrho_o \, c \, r_o} \,. \tag{53}$$

Vlnová impedance prostředí pro harmonické složky sférické časově periodické vlny pak je podle (51) a (52)

$$z(r, f_k) = \frac{\hat{p}_{km}(r)}{\hat{v}_{rkm}(r)} = \frac{j \, 2 \, \pi \, f \, \varrho_s \, c \, r}{j 2 \, \pi \, f \, r \, + \, c} \,, \ r \geq r_o \;.$$
(54)

Její vyjádření na kmitočtech  $f_k$  je tedy totožné s vyjádřením tranzientním [1]–(41).

## 7. Spektrum efektivní hodnoty akustického tlaku v ideálním časově periodickém zvukovém poli

K spektrálnímu vyjádření efektivní hodnoty akustického tlaku budeme na definici (3)

$$p_{ef}^2(\vec{r}) = \frac{1}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} p^2(\vec{r}, t) dt$$

aplikovat Parsevalův teorému [3], [5], [4] který můžeme pro Fourierův rozvoj ideálního periodického akustického tlaku (46) psát ve tvaru

$$p_{ef}^2(\vec{r}) = \sum_{k=1}^{\infty} p_{kef}^2(\vec{r}), \qquad (55)$$

kde efektivní hodnotu akustického tlaku k-té harmonické složky stanovíme podle rovnice (3)

$$p_{kef}^{2}(\vec{r}) =$$

$$= \frac{1}{T_{1}} \int_{t_{0}}^{t_{0}+T_{1}} p_{km}^{2}(\vec{r}) \cos^{2}(2\pi f_{k}t + \psi_{k}) dt =$$

$$= \frac{1}{2} p_{km}^{2}(\vec{r}). \qquad (56)$$

# 8. Spektrální vyjádření toku akustické energie v ideálním časově periodickém zvukovém poli

Při gradientním měření toku akustické energie plochou potřebujeme znát normálovou složku akustické intenzity k této ploše. K spektrálnímu vyjádření normálové složky akustické intenzity v ideálním časově periodickém zvukovém poli budeme na definici *akustické intenzity* aplikovat zobecněný Parsevalův teorém [4], [1]–(30), který můžeme pro Fourierův rozvoj akustického tlaku (42)

$$p(\vec{r},t) = \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Re}[\hat{p}_{km}(\vec{r}) \exp(j2\pi f_k t)]$$

a normálové složky akustické rychlosti

$$v_n(\vec{r},t) = \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Re}[\hat{v}_{nkm}(\vec{r}) \exp(j2\pi f_k t)]$$
(57)

vyjádřit ve tvaru

$$I_{n}(\vec{r},t) =$$

$$= \frac{1}{T_{1}} \int_{t_{o}}^{t_{o}+T_{1}} p(\vec{r},t) v_{n}(\vec{r},t) dt =$$
(58)
$$= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\hat{p}_{km}^{*}(\vec{r})\hat{v}_{nkm}(\vec{r})],$$

kde $\hat{p}_{km}(\vec{r})$ a $\hat{v}_{nkm}(\vec{r})$ jsou fázory k-téharmonické složky akustického tlaku (41)

$$\hat{p}_{km}(\vec{r}) = \frac{2}{T_1} \int_{t_o}^{t_o+T_1} p(\vec{r},t) \exp(-j2\pi f_k t) dt,$$

a normálové složky akustické rychlosti

$$\hat{v}_{nkm}(\vec{r}) = \frac{2}{T_1} \int_{t_o}^{t_o+T_1} v_n(\vec{r},t) \exp(-j2\pi f_k t) dt, \quad (59)$$

a  $\hat{p}_{km}^*(\vec{r})$ ,  $\hat{v}_{nkm}^*(\vec{r})$  jsou komplexně sdružené hodnoty k  $\hat{p}_{km}(\vec{r})$ ,  $\hat{v}_{nkm}(\vec{r})$ .

Podle (58) je akustická intenzita v ideálním časově periodickém zvukovém poli rovna vektorovému součtu intenzit harmonických složek

$$I_n(\vec{r}) = \sum_{k=1}^{\infty} I_{nk}(\vec{r}), \qquad (60)$$

kde intenzita normálové složky k-té harmonické je

$$I_{nk}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \text{Re}[\hat{p}_{km}^*(\vec{r})\hat{v}_{nkm}(\vec{r})].$$
(61)

Aplikujeme-li na intenzity harmonických složek úpravy analogické k[1]-(33),(34),dostaneme vyjádření normálové intenzity k-té harmonické složky ve tvaru

$$I_{nk}(\vec{r}) = -\frac{1}{2\pi f_k \varrho} \operatorname{Im}\left[\hat{p}_{km}^*(\vec{r}) \frac{\partial \hat{p}_{km}(\vec{r})}{\partial n}\right], \quad (62)$$

který spočívá na gradientní analýze pole akustického tlaku.

#### 9. Transport akustické energie v poli sférické časově periodické vlny

Upravme vyjádření intenzity k-té harmonické složky (62) pro sférickou impulsní vlnu:

$$I_{rk}(r) = -\frac{1}{2\pi f_k \varrho} \operatorname{Im} \left[ \hat{p}_{km}^*(r) \, \frac{\partial \, \hat{p}_{km}(r)}{\partial \, r} \right] \,. \tag{63}$$

Dosadíme-li do tohoto vyjádření za  $\hat{p}_{km}(r)$  podle (51), dostaneme po malé úpravě

$$I_{rk}(r) = \frac{1}{2\varrho c} |\hat{p}_{km}(r)|^2.$$
(64)

Je zřejmé, že v tomto případě postačí ke stanovení transportu akustické energie skalární analýza akustického tlaku. Přesto je užitečné, provést i gradientní měření přímo podle (63) neboť konfrontace výsledků obou měření poskytne cennou informaci o neurčitosti gradientní analýzy dvoumikrofonovou sondou.

Pásmové hodnoty intenzity pak stanovíme jako součet intenzit harmonických složek, ležících v daném kmitočtovém pásmu.

Celkový akustický výkon, vyzařovaný zdrojem na daném harmonickém kmitočtu, pak je

$$P_{k,emit} = 4\pi r^2 I_{rk}(r) \,. \tag{65}$$

#### 10. Závěr

Z úvah o tranzientních spektrálních hustotách [1] a o limitním přechodu k diskrétnímu spektru periodického zvuku je zřejmé, že pouze idealizované tranzientní zvukové pole [1] a idealizované časově periodické zvukové pole lze exaktně transformovat Fourierovou transformací za použití Parsevalova teorému do kmitočtového zobrazení. Reálné zvukové pole má však obvykle daleko k některému z obou idealizovaných polí. Významnou informaci o použitelnosti exaktních rovnic, odvozených v prvních dvou částech předkládaného pojednání, k analýze reálného zvukového pole (včetně odhadu neurčitostí experimentálních výsledků) lze očekávat od konfrontace obou idealizovaných polí s polem reálným. O řešení některých aspektů tohoto problému se pokusíme ve třetí části této práce.

## Poděkování

Tato práce byla částečně podporována projektem grantové agentury GAČR číslo102/01/1370-"Multikanálový systém aktivního snižování hluku" a Výzkumným záměrem ČVUT v Praze číslo J04/98:212300016.

#### Reference

- Kyncl, Z., O tranzientních spektrálních hustotách, Akustické listy ČSAS, 7(4), 2001, 14-18
- [2] Gradštein, I.S., Ryžkin, I.M., Tablicy intěgralov, summ, rjadov i proizveděnij, GIFML, Moskva 1963
- [3] Skudrzyk, E., The Foundations of Acoustics, New York, Dover Publ., Springer Verlag, Wien, New York, 1971, 188-200, 489-510
- [4] Charkevič, A.A., Spektry i analiz, GIT-TL, Moskva 1957, 20-26
- [5] Miller, K.S., Engineering Mathemetics, Constable and Company, Ltd., London 1956

# Tlumení v mechanických soustavách

© ČsAS

Pavel Urban

ÚVMV Praha

E-mail: urban@uvmv.cz

The paper summarizes the differences in analogue diagrams of mechanical or acoustical systems due to use of different types of damping and refers to possible incorrectness in the results gained by such diagrams.

#### 1. Úvod

Při práci s náhradními schématy mechanických soustav se pochopitelně uvažuje i s vnitřním tlumením těchto soustav. Velice často se v takových pracích uvažuje pouze s tzv. viskózním tlumením (tlumící síla úměrná rychlosti), i když se v mechanických soustavách daleko častěji vyskytuje tzv. tlumení strukturální (hysterezní, tlumící síla úměrná výchylce). K tomuto tématu byly již před mnoha lety zveřejněny práce Dr. Obersta, v české literatuře pak práce Ing. Ransdorfa, CSc.

Hysterezní tlumení je dáno tím, že modul pružnosti  $\overline{E}$  pružných materiálů není zpravidla reálným číslem, ale číslem komplexním

$$\overline{E} = (1 + j\eta) \cdot E, \qquad (1)$$

kde j =  $\sqrt{-1}$ ,  $\eta$  = ztrátový činitel (bezrozměrný). V důsledku toho je v mechanických soustavách tuhost příslušného pružného členu rovněž komplexním číslem

$$\overline{K} = (1 + j\eta) \cdot K.$$
<sup>(2)</sup>

#### 2. Základní vztahy

Obecná diferenciální rovnice tlumeného systému má tvar

$$[M] \{ \ddot{x} \} + [C] \{ \dot{x} \} + [K] \{ x \} = \{ f(t) \} , \qquad (3)$$

kde [M] je matice hmotností, [C] je matice tlumení, [K] je matice tuhostí, x jsou sloupcové vektory výchylek/s prvou tečkou jejich prvé derivace/se dvěma tečkami jejich druhé derivace.

Pro hysterezní tlumení pak platí, že

$$[C] = \frac{\eta}{\omega} [K] , \qquad (4)$$

kde  $\omega = 2\pi f$ .

V dalším textu si na jednoduchém příkladu pružného uložení hmotnosti o jednom stupni volnosti ukážeme, jaké důsledky může mít při řešení soustav záměna tlumení strukturálního tlumením viskózním. Jako příklad využijeme normovaný frekvenční průběh přenosu  $x_2/F_1$  (výstupní výchylka)/vstupní síla).

#### 3. Řešení pro jeden stupeň volnosti

Rovnici (3) zjednodušíme pro jeden stupeň volnosti a transformujeme ji Fourierovou transformací. Tak získáme jednoduchou rovnici:

$$-\omega^2 M X (j\omega) + K X (j\omega) + j\omega C = F (j\omega) .$$
 (5)

Pro další řešení si označíme:

$$\frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} = H(j\omega) = H, \qquad (6)$$

$$\frac{K}{M} = \Omega \,, \tag{7}$$

$$\frac{\omega}{\Omega} = z$$
, (8)

kdeH je zdánlivá poddajnost, nazývaná také přenosová resp. bodová receptance (později ještě označíme $H_0$ jako přenosovou poddajnost po kruhovou frekvenci $\omega = 0$ ) a $\Omega$ je vlastní kruhová frekvence netlumeného systému

Další řešení tohoto vztahu rozdělíme do dvou paralelních sloupců jednak pro tlumení viskózní, jednak pro tlumení strukturální.

Viskózní prostředí		Strukturální prostředí		
$H = \frac{1}{-\omega^2 M + K + j\omega C}$	(9a)	$H = \frac{1}{-\omega^2 M + K + j\eta K}$	(9b)	
$H = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{\left(1 - \omega^2 \frac{M}{K}\right) + \mathbf{j}\omega \frac{C}{K}}$	(10a)	$H = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{\left(1 - \omega^2 \frac{M}{K}\right) + j\eta}$	(10b)	
$H = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{(1-z^2) + jz\eta_v}$	(11a)	$H = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{(1-z^2) + \mathrm{j} z \eta}$	(11b)	
kde jsme označili:				
$\frac{\Omega C}{K} = \eta_v = \frac{1}{Q}$	(12)			
$\eta_v = \check{\text{cinitel visk}}\check{\text{ozn}}\hat{\text{ho tlumen}}\hat{\text{i}},$ Q = tzv. jakost rezonance Z této rovnice platí pro $z = 0$ ( $\omega = 0$ )		Z této rovnice platí pro $z = 0$ ( $\omega = 0$ )		
$H_0 = \frac{1}{K}$	(13a)	$H_0 = \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{1 + \mathrm{j}\eta}$	(13b)	
a pak normovaná veličina:		a pak normovaná veličina:		
$\frac{H}{H_0} = \frac{1}{(1-z^2) + \mathrm{j} z \eta_v}$	(14a)	$\frac{H}{H_0} = \frac{1+\mathrm{j}\eta}{(1-z^2)+\mathrm{j}z\eta}$	(14b)	

V přiložených grafech je patrný rozdíl, který vznikne záměnou viskózního a strukturálního tlumení u systému s jedním stupněm volnosti.

Z uvedeného vyplývá, že pro málo tlumené systémy lze viskózním tlumením nahradit i reálné tlumení strukturální. Pro silně tlumené mechanické (nebo i akustické) systémy – např. u strojů pružně ukládaných na pryžovaných pružinách – však nerespektování strukturálního tlumení vnáší významné chyby, jmenovitě ve fázové oblasti.

#### Reference

 Pavel Urban: Hluk v dopravě a jeho snižování, skripta pro postgraduální studium, ČVUT, Fakulta elektrotechnická, vydalo Ediční středisko ČVUT, Praha 6, Zikova 4.



# Elektrostatický měnič s pohyblivou elektrodou ve tvaru čtvercové destičky vetknuté po obvodě

Tereza Táborská

ČVUT – FEL, katedra radioelektroniky, Technická 2, 160 00 Praha 6

The aim of this paper has been to analyse an electrostatic microphone with the moving electrode created by the square plate clamped at all sides excited by the sinusoidal homogeneous pressure. The new method of clamped plate wave solution and equivalent circuit modelling has been developed. The 3D visualisation of the normalised displacement gave possibility to compare the convergence of the double Fourier series approximation corresponding to the number of terms for different vibration modes.

## 1. Úvod

Křemíkové mikrofony představují novou formu elektrostatického měniče. Pohyblivé elektrody u těchto měničů jsou vesměs čtvercového tvaru a to jednak jako membrány a dále jako tenké destičky. V předloženém příspěvku se zabývám modelováním pohyblivé elektrody tvaru čtvercové destičky na okraji vetknuté. Obdržené výsledky slouží pro vytvoření celkového náhradního modelu soustavy, který kromě pevné elektrody obsahuje model vzduchové mezery a dalších akustických obvodů systému.

#### 2. Teoretický rozbor

V prvním přiblížení lze předpokládat, že kromě setrvačných a vnitřních ohybových sil, je destička tvořící pohyblivou elektrodu elektrostatického měniče ovlivňována pouze budicím homogenním tlakovým polem s harmonickým časovým průběhem.

Destička vetknutá po obvodě je znázorněna na obr. 1. Počátek souřadného systému jsem zvolila uprostřed destičky z toho důvodu, že vztahy pro výchylku budou sudé funkce (řešení vyjde symetrické) a výpočty se značně zjednoduší. Rovněž okrajové podmínky budou v tomto případě symetrické.

Obrázek 1: Destička vetknutá na obvodě

Kmity destičky buzené akustickým tlakem rovnoměrně rozloženým po jejím povrchu, je možné při zanedbání tlu-

mení (tj. pro případ měniče umístěného ve vakuu) popsat následující diferenciální rovnicí

$$\tilde{\Delta}^2 \tilde{\xi} + \frac{m_1}{D} \frac{\partial^2 \tilde{\xi}}{\partial t^2} = \frac{p(x, y, t)}{D}, \qquad (1)$$

kde  $\tilde{\Delta} = \frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \tilde{y}^2}$ ,  $\tilde{x}$ ,  $\tilde{y}$  jsou souřadnice (toto označení jsem zvolila z důvodu pozdějšího normování),  $\xi$  je výchylka destičky,  $m_1$  je plošná hustota destičky, D je ohybová tuhost, p je budicí akustický tlak (rozdíl tlaků na horní a dolní stranu destičky  $p_a - p_i$ ).

Po převedení do fázorového tvaru a úpravě získáme rovnici

$$\tilde{\Delta}^2 \tilde{\boldsymbol{\xi}} - \tilde{k}^4 \tilde{\boldsymbol{\xi}} = \tilde{\mathbf{P}}, \qquad (2)$$

kde  $\tilde{k}^4 = \frac{\omega^2 m_1}{D}$  je vlnové číslo,  $\tilde{\mathbf{P}} = \frac{\mathbf{p}}{D}$ ,  $D = \frac{1}{12} \cdot \frac{Eh^3}{1 - \nu^2}$ , *E* je Youngův modul pružnosti, *h* je tloušťka destičky,  $\nu$  je Poissonův poměr.

Okrajové podmínky pro rovnici (2) pro čtvercovou destičku vetknutou na obvodě jsou (viz obr. 1)

pro 
$$\tilde{x} = \pm a$$
:  $\tilde{\xi} = 0$  a  $\frac{\partial \xi}{\partial \tilde{x}} = 0$ ,  
 $\tilde{y} = \pm a$ :  $\tilde{\xi} = 0$  a  $\frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial \tilde{y}} = 0$ . (3)

Pro zjednodušení výpočtů použijeme normované souřadnice a normovanou výchylku

$$x = \frac{\tilde{x}}{2a}, \quad y = \frac{\tilde{y}}{2a}, \quad \xi = \frac{\tilde{\xi}}{2a}$$
 (4)

a rovnice (2) přejde tedy po matematických úpravách do tvaru

$$\Delta^2 \boldsymbol{\xi} - 16a^4 k^4 \boldsymbol{\xi} = (2a)^3 \tilde{\mathbf{P}} \,. \tag{5}$$

Zavedeme-li normované vlnové číslo k a normovaný tlak **P** podle vztahů:

$$k^4 = 16a^4 \tilde{k}^4$$
 a  $\mathbf{P} = (2a)^3 \tilde{\mathbf{P}} = (2a)^3 \frac{\mathbf{p}}{D}$ , (6)

$$\Delta^2 \boldsymbol{\xi} - k^4 \boldsymbol{\xi} = \mathbf{P} \,. \tag{7}$$



Okrajové podmínky (3) se pak změní na

pro 
$$x = \pm \frac{1}{2}$$
:  $\boldsymbol{\xi} = 0$  a  $\frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial x} = 0$ ,  
 $y = \pm \frac{1}{2}$ :  $\boldsymbol{\xi} = 0$  a  $\frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial y} = 0$ . (8)

Pro řešení rovnice (7) při okrajových podmínkách (8) budeme nejprve předpokládat, že je deska na okrajích uložena kloubově, takže lze psát

$$\boldsymbol{\xi}_{p} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{p\,m,n} \cos(2m-1)\pi x \cos(2n-1)\pi y \,. \tag{9}$$

Označíme-li

$$\boldsymbol{\xi}_{p\,m,n} = A_{pm,n} \cos(2m-1)\pi x \cos(2n-1)\pi y \,, \qquad (10)$$

můžeme psát $\Delta^2 \pmb{\xi}_{p\,m,n} = \frac{\partial^4 \pmb{\xi}_{p\,m,n}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 \pmb{\xi}_{pm,n}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \pmb{\xi}_{pm,n}}{\partial y^4}$ a po matematické úpravě a dosazení do rovnice (7) získáme vztah

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ (2m-1)^2 + (2n-1)^2 \right]^2 \pi^4 \boldsymbol{\xi}_{p\,m,n} - k^4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \boldsymbol{\xi}_{p\,m,n} = \mathbf{P} \,. \quad (11)$$

Označíme-li

$$\left[(2m-1)^2 + (2n-1)^2\right]^2 \pi^4 - k^4 = B_{m,n} \qquad (12)$$

a vyjádříme-li dvourozměrné antiperiodické pokračování pravé strany rovnice (11) dvojnou Fourierovou řadou můžeme psát

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_{m,n} A_{pm,n} \cos(2m-1)\pi x \cos(2n-1)\pi y =$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} P_{m,n} \cos(2m-1)\pi x \cos(2n-1)\pi y. \quad (13)$$

Rovnici (13) lze zřejmě splnit pokud platí

$$B_{m,n}A_{p\,m,n} = P_{m,n} \qquad \text{pro každé } m, n \,. \tag{14}$$

Je-li destička jako pohyblivá elektroda mikrofonu buzena harmonicky proměnným normovaným tlakem stejným po celé ploše, je fázor  $\mathbf{P}$  nezávislý na x a y po celé ploše destičky a pro jeho dvojrozměrné antiperiodické pokračování platí

$$\mathbf{P} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} P_{m,n} \cdot \cos(2m-1)\pi x \cos(2n-1)\pi y \,, \quad (15)$$

kde

$$P_{m,n} = \mathbf{P} \int_{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2m - 1)\pi x \cos(2n - 1)\pi y \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y =$$
$$= \mathbf{P} \cdot \frac{4 \cdot (-1)^{m+n}}{(2m - 1)(2n - 1)\pi^2}, \quad (16)$$

takže

$$\boldsymbol{\xi}_{p} = \mathbf{P} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{P_{m,n}}{B_{m,n}} \cos(2m-1)\pi x \cos(2n-1)\pi y.$$
(17)

Vliv vetknutí okrajů (tj. nulové pootočení  $\partial \boldsymbol{\xi}/\partial x$  pro  $x = \pm 1/2$  a  $\partial \boldsymbol{\xi}/\partial y$  pro  $y = \pm 1/2$ ) můžeme zajistit podle [2] ohybovými momenty na okrajích destičky  $m_x(\pm 1/2; y)$ a  $m_y(x; \pm 1/2)$ . Pro odvození vlivu ohybových momentů předpokládáme nejprve zatížení destičky podél přímky x = u harmonicky proměnnou silou na jednotku délky  $\mathbf{F}(y)$  vyjádřenou ve tvaru Fourierovy řady

$$\mathbf{F}(y) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{f}_n \cos(2n-1)\pi y.$$
 (18)

Rozvinutím přímkového zatížení do dvojné Fourierovy řady dostaneme budicí tlak

$$\mathbf{p}_{z}(x,y) = 2\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\mathbf{f}_{n}\cos(2m-1)\pi u \cdot \\ \cdot\cos(2m-1)\pi x\cos(2n-1)\pi y \,. \tag{19}$$

Normovaný budicí tlak je potom

$$\mathbf{P}_{z}(x,y) = \frac{16a^{3}}{D} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{f}_{n} \cos(2m-1)\pi u \cdot \cos(2m-1)\pi x \cos(2n-1)\pi y \,.$$
(20)

Deformace destičky vyvolaná přímkovým zatížením je pak dána řešením rovnice (7) pro buzení podle (20), tj.

$$\boldsymbol{\xi}_{z}(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{A}_{z\,m,n} \cos(2m-1)\pi x \cos(2n-1)\pi y \,,$$
(21)

kde

A

$$\mathbf{A}_{z\,m,n} = \frac{16a^3}{D} \cdot \frac{\mathbf{f}_n \cos(2m-1)\pi u}{B_{m,n}} \,.$$
 (22)

Z rovnice (7) s uvážením (20) pak dostaneme

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ (2m-1)^2 + (2n-1)^2 \right]^2 \pi^4 \boldsymbol{\xi}_{z\,m,n} - k^4 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \boldsymbol{\xi}_{z\,m,n} = \frac{16a^3}{D} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{f}_n \cos(2m-1)\pi u \cdot \cos(2m-1)\pi x \cos(2n-1)\pi y \,. \tag{23}$$

 Přímkové zatížení  $\left(x=u\right)$ kloubově uložené destičky tedy vyvolá deformaci

$$\boldsymbol{\xi}_{z} = \frac{16a^{3}}{D} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\mathbf{f}_{n} \cos(2m-1)\pi u}{B_{m,n}} \cdot \frac{16a^{3}}{\cos(2m-1)\pi x} \cos(2n-1)\pi y \,. \quad (24)$$

Momentové zatížení destičky podél přímky x = u lze považovat za působení dvojice přímkových zatížení  $\mathbf{F}(y)$ podél přímky  $x = u + \Delta u$  a zatížení  $-\mathbf{F}(y)$  podél přímky x = u pro  $\Delta u \to 0$ . Označíme-li  $m_x(y) = \Delta u \mathbf{F}(y)$  a normovaný moment  $\mathbf{M}_{xn} = \Delta u \cdot \frac{(2a)^3}{D} \mathbf{f}_n$ , vyvolá momentové zatížení podél přímky x = u kloubově uložené destičky deformaci

$$\boldsymbol{\xi}_{Mx} = \lim_{\Delta u \to 0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\mathbf{M}_{xn}}{B_{m,n}} \cdot \frac{\cos(2m-1)\pi(u+\Delta u) - \cos(2m-1)\pi u}{\Delta u} \cdot \cos(2m-1)\pi x \cos(2n-1)\pi y =$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\mathbf{M}_{xn}}{B_{m,n}} [-(2m-1)\pi \cdot \sin(2m-1)\pi u \cos(2m-1)\pi x \cos(2n-1)\pi y]. \quad (25)$$

Pro momentové zatížení podél přímky y=vlze psát analogicky

$$\boldsymbol{\xi}_{My} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{-2\mathbf{M}_{xn}}{B_{m,n}} \cdot (2n-1)\pi \sin((2n-1)\pi v) \cos((2m-1)\pi x) \cos((2n-1)\pi y).$$
(26)

Pro splnění podmínek nulového pootočení na všech čtyřech vetknutých hranách budeme předpokládat působení ohybových momentů na příslušných hranách, tj. pro  $u = \pm 1/2$  a  $v = \pm 1/2$ . Celkovou deformaci vyvolanou ohybovými momenty na celém obvodě destičky lze pak vyjádřit vztahem

$$\boldsymbol{\xi}_{M} = 2\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\mathbf{M}_{m,n}}{B_{m,n}} \cos((2m-1)\pi x) \cos((2n-1)\pi y),$$
(27)

kde

$$\mathbf{M}_{m,n} = 2\mathbf{M}_{xn}(-1)^m (2m-1)\pi + 2\mathbf{M}_{ym}(-1)^n (2n-1)\pi.$$
(28)

Celkové řešení rovnice (7) při okrajových podmínkách (8) lze tedy považovat za superpozici působení normovaného budicího tlakového pole  $\mathbf{P} =$  konst. a kompenzačních ohybových momentů na vetknutých hranách, tj.

$$\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\xi}_p + \boldsymbol{\xi}_M = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left( A_{p\,m,n} + \frac{2M_{m,n}}{B_{m,n}} \right) \cdot \\ \cdot \cos(2m-1)\pi x \cos(2n-1)\pi y \,. \tag{29}$$

Po dosazení ze vztahu (14) dostaneme

$$\boldsymbol{\xi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{P_{m,n} + 2M_{m,n}}{B_{m,n}} \cos(2m-1)\pi x \cos(2n-1)\pi y.$$
(30)

Hledané koeficienty  $M_{m,n}$  Fourierových řad momentového zatížení podél vetknutých hran určíme z okrajových podmínek nulového ohybu na hranách.

Prox=1/2 platí

$$\frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial x} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{P_{m,n} + 2M_{m,n}}{B_{m,n}} (2m-1)\pi(-1)^m \cdot \cos(2n-1)\pi y \,. \tag{31}$$

Po dosazení ze vztahu (30) dostaneme

$$\frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial x} = \sum_{n=1}^{\infty} \cos(2n-1)\pi y \cdot \\
\sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{P_{m,n} + 4M_{xn} (-1)^m (2m-1)\pi}{B_{m,n}} + \frac{4M_{ym} (-1)^n (2n-1)\pi}{B_{m,n}} \right) (2m-1)\pi (-1)^m . \quad (32)$$

Vzhledem k symetrii čtvercové destičky musí platit $M_{xn} = M_{ym}$  pro m = n, takže lze psát

$$M_{xn} = M_{yn} = M_n; \qquad M_{xm} = M_{ym} = M_m.$$
 (33)

Okrajová podmínka nulového ohybu  $\partial \boldsymbol{\xi} / \partial x = 0$  musí být splněna pro každé y. Z rovnice (32) proto plyne, že pro každé n musí platit

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{P_{m,n} + 4M_n(2m-1)^2 \pi^2}{B_{m,n}} + \frac{4M_m \left(-1\right)^{n+m} \left(2n-1\right) \left(2m-1\right) \pi^2}{B_{m,n}} \right) = 0 \quad (34)$$

Protože Fourierovy řady budicí funkce i kompenzačních momentů poměrně rychle konvergují, lze pro numerické výpočty uvažovat hodnoty indexů m a n v konečném rozmezí přirozených čísel od 1 do N. Rovnici (34) lze pak přibližně psát ve tvaru

$$\sum_{m=1}^{N} \frac{4M_n (2m-1)^2 \pi^2}{B_{m,n}} + \sum_{m=1}^{N} \frac{4M_m (-1)^{n+m} (2n-1)(2m-1)\pi^2}{B_{m,n}} = -\sum_{m=1}^{N} \frac{P_{m,n}}{B_{m,n}}$$
(35)

a tedy

$$M_{n}\left(4(2n-1)^{2}\pi^{2} + \sum_{m=1}^{N} \frac{4(2m-1)^{2}\pi^{2}}{B_{m,n}}\right) + \sum_{m=1}^{N} \frac{4M_{m}(-1)^{n+m}(2n-1)(2m-1)\pi^{2}}{B_{m,n}}\Big|_{m\neq n} = -\sum_{m=1}^{N} \frac{P_{m,n}}{B_{m,n}}.$$
 (36)

Použijeme-li vztah (36) pro každé  $n \in \langle 1, N \rangle$  dostaneme soustavu N rovnic pro neznámé koeficienty Fourierových řad kompenzačních momentů  $M_n$ . Tuto soustavu lze zapsat v maticovém tvaru

$$\begin{bmatrix} G_{11} & \cdot & \cdot & G_{1N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ G_{N1} & \cdot & \cdot & G_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_1 \\ \cdot \\ M_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 \\ \cdot \\ T_N \end{bmatrix}, \quad (37)$$

kde

$$G_{nn} = 4(2n-1)^2 \pi^2 + \sum_{m=1}^{N} \frac{4(2m-1)^2 \pi^2}{B_{m,n}},$$
  
$$G_{mn}|_{m \neq n} = \frac{4M_m \left(-1\right)^{n+m} \left(2n-1\right) \left(2m-1\right) \pi^2}{B_{m,n}}, \quad (38)$$

$$T_n = -\sum_{m=1}^{N} \frac{P_{m,n}}{B_{m,n}} \,. \tag{39}$$

Koeficient<br/>y $M_m$ jsou dány řešením maticové rovnice (37), tj.

$$[\mathbf{M}] = [\mathbf{G}]^{-1} \cdot [\mathbf{T}] .$$
(40)

Hledanou normovanou výchylku $\pmb{\xi}$ lze pak určit dosazením do rovnice (30).

Pro výpočet Fourierova rozvoje budicí funkce  $P_{m,n}$ , koeficientů  $B_{m,n}$ , prvků maticové rovnice (37) a pro její řešení byl vytvořen program v programovém systému MATLAB. Výstupem programu je fázor normované výchylky v každém bodě oblasti  $x \in \langle -1/2; +1/2 \rangle$ ,  $y \in \langle -1/2; +1/2 \rangle$ . Grafickým výstupem jsou řezy ohybové plochy pro různé hodnoty souřadnice y.



Obrázek 2: Normovaná výchylka  $\xi$  v závislosti na x a na počtu členů řady M (pro y = 0 a  $f = 1000 \,\text{Hz}$ )

Simulované výpočty jsou provedeny pro elektrostatický křemíkový mikrofon s pohyblivou elektrodou ve tvaru čtvercové destičky o straně 2a = 1,5 mm a tloušťce  $h = 3 \mu \text{m}$ . Parametry destičky jsou:  $E = 170 \cdot 10^9 \text{ Pa}, \nu = 0,3$  a plošná hustota  $m_1 = 0,007947 \text{ kg/m}^2$ .

Výsledky výpočtů aproximace normované výchylky určené ze vztahu (30) pro kmitočet f = 1 kHz a pro řez uprostřed destičky (y = 0) jsou znázorněny pro různý počet členů řady v grafu na obr. 2.

Z uvedených výsledků plyne, že aproximace na základě dvojné Fourierovy řady konverguje poměrně rychle a že patnáct členů řady je plně postačující pro technickou praxi.



Obrázek 3: Normovaná výchylka  $\xi$ v závislosti na x a y pro $f=1000\,{\rm Hz}$  a t=0



Obrázek 4: Normovaná výchylka  $\xi$ v závislosti na x a y pro $f=10\,{\rm kHz}$  a t=0

Normovaná výchylka v libovolném bodě destičky je funkcí dvou proměnných (x, y) a lze ji tedy znázornit v trojrozměrném diagramu. Pro kmitání netlumené destičky při harmonickém buzení popsané diferenciální rovnicí (1), resp. (7) je při nulovém fázovém posunu budicí funkce fázor normované výchylky reálný, avšak může nabývat obou polarit (při přechodu rezonančního kmitočtu se mění fáze odezvy skokem o úhel  $\pi$ ). Pro grafické zobrazení proto není vhodné vyjadřovat modul fázoru, ale je lépe znázornit rozložení výchylky v časovém okamžiku, kdy nabývá extrémních hodnot, tj. v případě reálného fázoru budicí funkce např. v čase t = 0. Pro časový průběh výchylky v libovolném okamžiku  $t = t_k$  platí

$$\xi(t_k) = \Re \left\{ \boldsymbol{\xi} \cdot e^{j\omega t_k} \right\} = \Re \left\{ \boldsymbol{\xi} \cdot e^{j\varphi_k} \right\} .$$
(41)

Pro grafické znázornění normované výchylky podle (41) v trojrozměrném diagramu jsem vytvořila další program (určující výchylku z patnácti členů řady, tj. do devětadvacáté složky včetně). Pro destičku s výše uvedenými parametry jsou výsledky výpočtu pro budicí kmitočty f = 1 kHz, 10 kHz, 20 kHz, 50 kHz, 100 kHz uvedeny v grafech na obr. 3 až 7.



Obrázek 5: Normovaná výchylka  $\xi$ v závislosti na x a y pro $f=20\,{\rm kHz}$  a t=0



Obrázek 6: Normovaná výchylka  $\xi$ v závislosti na <br/> x a y pro $f=50\,{\rm kHz}$  <br/>at=0



Obrázek 7: Normovaná výchylka  $\xi$ v závislosti na x a y pro $f=100\,{\rm kHz}$  a t=0

#### 3. Závěr

Z takto stanovené výchylky destičky stanovíme objemové posunutí a nalezneme akustickou admitanci a pro určení tlakové citlivosti měniče jako přjímače nultého řádu jsou důležité náhradní prvky odpovídající základnímu vidu kmitání destičky jakožto pohyblivé elektrody. Předložený rozbor tvoří jednu z kapitol doktorské disertační práce s názvem Elektrostatický měnič s pohyblivou elektrodou ve tvaru čtvercové destičky vetknuté po obvodě, která bude obhajována v rámci studijního oboru 26-05-9 Akustika na elektrotechnické fakultě ČVUT v Praze. Některé části práce vznikaly jako součást řešení grantového projektu GAČR 102/00/1661 a výzkumného záměru MSM 21230016.

#### Reference

- Táborská, T.: Elektrostatický měnič s pohyblivou elektrodou ve tvaru čtvercové destičky vetknuté po obvodě, disertační práce, Praha 2002.
- [2] Nowacki, W.: Dynamika budowli, Arkady, Warszava, 1961.
- [3] Šejnoha, J., Bittnarová, J.: Pružnost a pevnost 20, Vydavatelství ČVUT, Praha, 1998.
- [4] Škvor, Zd.: Miniaturised Silicon Microphone with integrated Signal Processing, Report of the Copernicus project CP 940515 Int. Mic., Prague, 1996.

# Snímání a analýza zvuků vydávaných pavouky rodu Palpimanus (Araneae: Palpimanidae)

Libor Husník<sup>a</sup> a Stano Pekár<sup>b</sup>

<sup>a</sup>ČVUT – FEL, katedra radioelektroniky, Technická 2, 160 00 Praha 6, e-mail: husnik@fel.cvut.cz <sup>b</sup>Katedra zoologie a ekologie, Přírodovědecká fakulta MU, Kotlářska 2, 611 37 Brno, e-mail: pekar@sci.muni.cz

This paper presents results of a measurement and an analysis of airborne sounds (stridulation) produced by spiders of the genus *Palpimanus*. Two species, *P. gibbulus* and *P. orientalis*, were used in this study. *Palpimanus* spiders produce sounds by rubbing a scrapper on the inner side of the palpal femora across a file on the outter surface of the chelicera. We aimed to find differences between sounds produced by males and females of the two study species. No apparent differences in the spectral range and the frequencies were found. Although the function of the stridulation remains unclear, we suggest that it might be used as a threat display against predators.

# 1. Úvod

Pro mnohé druhy živočichů je zvuk jedním z hlavních prostředků vnitrodruhové nebo mezidruhové komunikace. U bezobratlých jsou převládajícím typem komunikace chemické signály, zvuková komunikace je používána méně. Výjimkou jsou např. kobylky, sarančata, a cikády. I někteří nižší bezobratlí, jako jsou pavoukovci, dokáží produkovat zvukové signály. Jelikož zvuk produkovaný těmito drobnými živočichy je slyšitelný (pro lidské ucho) jen vyjímečně, bylo doposud tomuto fenoménu věnováno velice málo pozornosti [1]. U pavouků byly orgány produkující zvuk nalezeny u pár desítek zástupců z 31 čeledí, tj. třetiny z celkového počtu 109 čeledí. To naznačuje, že fenomén komunikace pomocí zvuku je u pavouků běžnější než se původně předpokládalo [2]. Pavouci produkují zvuk třemi základními způsoby: stridulací, perkusí a vibrací. Nejvíce druhů pavouků využívá stridulace, tj. tření sklerotizovaných výrustků o sklerotizovanou rýhovanou destičku [3]. Výrůstky i destička mohou být umístěny na různých částch těla jako jsou končetiny, chelicery, hlavohruď nebo zadeček. Podle jejich umístění Rovner [4] rozlišil čtyři morfologické typy stridulace.

Jednou z čeledí pavouků, jejíž zástupci stridulují, jsou Palpimanidae. Celá čeleď dnes zahrnuje přes 120 druhů, které se vyskytují téměř výhradně v Jižní Americe a Africe [5]. V Evropě se vyskytují čtyři druhy a to pouze v její nejjižnější oblasti. Tři druhy, *Palpimanus cyprius* Kulczyski, *P. orientalis* Kulczyski a *P. uncatus* Kulczyski, se vyskytují ve východní části Středomoří (Řecko, Turecko, Kypr) a jeden druh, *P. gibbulus* Dufour (obr. 1), v západní části Středomoří (pyrenejský a apeninský poloostrov) [6].

Palpimanidae vydávají zvuk třením 4 miniaturních výrustků umístěných na vnitřní straně stehen makadel o početné rýhy na vnější straně chelicér. Jelikož takový stridulační orgán byl nalezen u několika rodů předpokladá se, že všechny druhy této poměrně malé čeledi stridulují [2]. Tito pavouci jsou velice vzácní a proto unikali dlouho pozornosti arachnologů. Byť přítomnosti stridulačního orgánu si povšimnul již Legendre [7], teprve nedávno se po-



Obrázek 1: Stridulující samice druhu Palpimanus gibbulus

dařilo vydávaný zvuk i zaznamenat. Uhl & Schmitt [2] k tomuto účelu použili snímač vibrací [8]. Zjistili, že samice druhu P. gibbulus produkuje širokospektrální zvuk v oblasti mezi 0 až 8 kHz. Funkce stridulace u těchto pavouků není vůbec známá. Existuje sice několik hypotéz, ale všechny teprve čekají na ověření. Je možné, že stridulace zabezpečuje těmto pavoukům ochranu před predátory (zastrašující zvuk), nebo slouží k přilákání kořisti (napodobňování komunikace kořisti). Rovněž je možné, že je používáná k vnitrodruhové komunikaci mezi jedinci stejného druhu.

Cílem studie bylo zaznamenat stridulaci u obou pohlaví dvou druhů, *P. orientalis* a *P. gibbulus*. Analýza a porovnání těchto zvuků umožní odhalit nebo alespoň zpřesnit hypotézy o funkci stridulace u těchto pavouků. Sběr takových signálů je zajímavý i z hlediska elektroakustiky, protože zdrojem signálu je drobný živý organismus, který produkovaný (užitečný) signál vysílá jak vzduchem tak substrátem. Pavoukovci mají totiž sensily pro příjem obou forem kmitů [9]. V tomto článku popisujeme snímání a analýzu signálů, které se šíří vzduchem.

#### 2. Materiál a metodika

K snímání bylo použito 5 jedinců: samec a samice druhu *P. orientalis*, 3 samice druhu *P. gibbulus*. Jedinci druhu *P. orientalis* byli nasbíráni na Korfu (Řecko), zatímco jedinci druhu *P. gibbulus* v oblasti Évora (Portugalsko). Těsně před snímáním byli pavouci přeneseni na měkkou pěnovou podložku a přichyceni k ní pomocí miniaturní skoby. Aby začal pavouk stridulovat, bylo nutno ho dráždit dotykem pinzety (tlakem na zadeček). Každý pavouk byl drážděn po dobu 30–70 sekund a to vždy na začátku měření a v okamžiku, kdy stridulace slábla. Tření pravého a levého makadla bylo zřídka synchronizováno. Končetiny, chelicery i hlavohruď pavouka jsou silně sklerotizovány. Délka celého těla pavouků byla 7–8 mm, z toho hlavohruď byla přibližně 3 mm dlouhá. Hmotnost jedinců byla 28–46 mg.

Měření probíhalo v akusticky upravené místnosti katedry radioelektroniky ČVUT FEL. Vzhledem k nízkým hladinám užitečného signálu a z toho vyplývajícího nutného nastavení velkého předzesílení (-50 dB na vstupu) byly v zaznamenaném signálu zahrnuty i nežádoucí složky. Vzhledem k odlišnému spektrálnímu obsahu užitečného signálu (nad 1 kHz) však bylo možno tyto nežádoucí složky odfiltrovat. Mikrofon byl umístěn přibližně 1 cm od stridulačního orgánu pavouka. Pro měření byl použita elektretová mikrofonní vložka Bruel & Kjaer 4188 s předzesilovačem BK 2671 a měřícím zesilovačem Nexus BK 2525. Signály byly zaznamenávány na magnetofon DAT (Sony 60ES) a posléze převedeny do počítače digitální cestou. Z oblasti signálů s největším odstupem signál/šum byly vybrány úseky délky 150 ms pro analýzu pomocí programu CoolEditPro (verze 1.2).



Obrázek 2: Spektrum stridulace samce P. orientalis.Dolní část spektra (< 700 Hz) byla odfiltrována

#### 3. Výsledky

U všech druhů se signál skládá z úseků délky přibližně 0,15 s, které se opakují s periodou kolem 0,20 s a tento průběh trvá i několik sekund. Vzhledem k filtraci dolní



Obrázek 3: Spektrum stridulace samce P. *orientalis*. Dolní část spektra (< 700 Hz) byla odfiltrována



Obrázek 4: Spektrum stridulace samce P. *orientalis*. Dolní část spektra (< 700 Hz) byla odfiltrována

části kmitočtového spektra (pod 700 Hz), kde se nacházely rušivé signály, nejsou na grafech složky pod 400 Hz. Maxima spektra užitečného signálu jsou až 40 dB nad hladinou šumu pozadí. Obecně lze říci, že hlavní maximum je většinou kolem 3,7 kHz (obr. 2, 5, 6, 8, 9). Další maxima lze vysledovat kolem 9 kHz (obr. 4, 6, 7), 12 kHz (obr. 6,7) a někdy i 18 kHz (2, 4, 8, 10). Poměr jejich velikostí se může měnit a v některých případech bylo hlavní maximum posunuto na 9 kHz.

Signál vydávaný samcem *P. orientalis* má maximum v okolí kmitočtu 3,5 kHz, další, méně významná maxima, kolem kmitočtů 11 kHz a 18 kHz. Signál od samice *P. orientalis* má také maximum kolem kmitočtu 3,7 kHz, v jednom případě (obr. 6) je celkové maximum posunuto až na 9 kHz, kmitočet 3,7 kHz je v tomto případě méně výrazný. Samice *P. gibbulus* vydávaly signál slabší úrovně než předchozí jedinci, v kmitočtovém spektru nejsou jednotlivá maxima tak výrazná jako v předešlém. Na obr. 6 je spektrum bez výraznějších maxim, nicméně lze vysledovat



Obrázek 5: Spektrum stridulace samce P. orientalis.Dolní část spektra (< 700 Hz) byla odfiltrována



Obrázek 6: Spektrum stridulace samce P. orientalis.Dolní část spektra (< 700 Hz) byla odfiltrována



Obrázek 7: Spektrum stridulace samce P. orientalis. Dolní část spektra (<  $700 \,\mathrm{Hz}$ ) byla odfiltrována



Obrázek 8: Spektrum stridulace samce P. gibbulus. Dolní část spektra (< 700 Hz) byla odfiltrována



Obrázek 9: Spektrum stridulace samce P. gibbulus. Dolní část spektra (< 700 Hz) byla odfiltrována



Obrázek 10: Spektrum stridulace samce P. gibbulus. Dolní část spektra (< 700 Hz) byla odfiltrována

kmitočty kolem 1,6 kHz, 3,7 kHz, 6 kHz, 10 kHz a 13 kHz.

Obecně lze konstatovat, že maximum v oblasti 3,7 kHz je poměrně stabilní, vyskytuje se u převážné většiny vzorků jako hlavní maximum, pouze v jednom případě bylo hlavní maximum v oblasti 8 kHz. Z hlediska povahy signálu nebyly zjištěny rozdíly mezi samcem a samicí u *P. orientalis*. Rozdíl mezi samicemi druhů *P. orientalis* a *P. gibbulus* byl v intenzitě – u druhého jmenovaného byl signál slabší.

#### 4. Diskuse

Zjištěné výsledky ukazují, že stridulace druhů rodu Palpimanus má širokospektrální charakter. Zatím nevíme, která oblast spektra nese biologickou informaci. Předpokládáme, že je to v okolí hlavního maxima, tj. 3,7 kHz. Pokud je však příjemcem tohoto signálu pavouk, měl by být nejužitečnější signál menší než 4 kHz. Je to proto, že lyriformní orgány a trichobotrie pavouků, tj. sensily sloužící ke vnímání vibrací, jsou naladěné na nízké frekvence [9].

Naše výsledky se poněkud liší od těch, které získali Uhl & Schmitt [2] s použitím snímače vibrací. Zatímco oni zaznamenali maximum užitečného signálu kolem 1 kHz a horní práh frekvenčního rozsahu kolem 8 kHz, naše měření jsou v obou parametrech o 3–8 kHz vyšší, tj. maximální energie v oblasti 4 kHz a nejvyšší složky pod 20 kHz.

Porovnání spekter zvuků vydávaných samcem a samicí nepoukázalo na rozdíly. Rovněž jsme nenalezli podstatné rozdíly mezi dvěma druhy z hlediska polohy kmitočtů maxim. Z toho je možné usoudit, že informační hodnota stridulace je pro obě pohlaví i oba druhy stejná, tudíž určená stejnému nebo alespoň podobnému organismu. Může jít např. o stejný druh predátora nebo kořisti. To je tématem pro další výzkum v této oblasti.

#### Poděkování

Tato práce je podporována následujícími projekty: číslicové zpracování zvukových signálů (technická část) byla podporována grantem GAČR 102/02/0156 a výzkumným záměrem Informační technologie a komunikace J04/98-212300014, přírodovědná část grantem MU č. 143100010. Rádi bychom také poděkovali M. Hruškové za připomínky k textu.

#### Reference

- Hoy, R.R.: Acute as a bug's ear: An informal discussion of hearing in insects. In: Hoy, R.R., Popper, A.N., Fay, R.R. (eds). Springer Handbook of auditory research. Comparative hearing: Insects. Springer-Verlag, New York, 1998, pp. 1–17.
- [2] Uhl, G., Schmitt, M.: Stridulation in Palpimanus gibbulus Dufour. In: Mahnert V. (ed.). Proceedings of the XIIIth International Congress of Arachnology, Revue Suisse zool., 1996, vol. hors série, pp. 649–660.
- [3] Uetz G.W., Stratton G.E.: Acoustic communication and reproductive isolation in spiders. In: Witt P.N., Rovner J.S. (eds) Spider communication: Mechanism and ecological significance, New Jersey, Princeton University Press, 1982, pp. 123–159.
- [4] Rovner J. S.: Sound production by Nearctic wolf spiders: a substratum-coupled stridulatory mechanism. Science, 1975, Vol. 190: 1309–1310.
- [5] Platnick N.I.: The world spider catalog, version 2.0. American Museum of Natural History, 2002, available at http://research.amnh.org/entomology/ spiders/catalog81-87/index.html.
- [6] Platnick N.I.: A review of the subfamily Palpimaninae (Araneae, Palpimanidae), I. Bull. Br. arachnol. Soc., 1981, Vol. 5(4): 169–173.
- [7] Legendre R.: L'audition et l'emmsion de sons chez les Aranéides. Ann. Biol., 1963, Vol. 2: 371–390.
- [8] Strübing, H., Rollenhagen, T.: [A New Recording System for Vibratory Signals and its Application to Different Species of the Family Delphacidae]. Zool. Jb. Physiol., 1988, Vol. 92: 245–268.
- [9] Barth F.G.: A spider's world. Senses and behavior. Springer-Verlag, Berlin, 2001.

# Pokyny pro přípravu příspěvků do Akustických listů

Příspěvky do Akustických listů je možné napsat v jazyce českém, slovenském nebo anglickém. Příspěvky se dodávají v elektronické podobě na e-mailovou adresu brothan@fel.cvut.cz nebo jiricek@fel.cvut.cz.

Pro vypracování příspěvku je možné použít textový editor:

- $\mathbf{IAT}_{\mathbf{E}}\mathbf{X}$  (do něj jsou příspěvky převáděny)
- Word
- jiný zvlášť text a obrázky. Doporučujeme předem konzultovat s redakcí.

Na webové stránce

# http://www.czakustika.cz/csas\_cz.htm

jsou umístěny ukázky příspěvků pro IÅT<sub>E</sub>X, resp. Word včetně použitého classu, resp. šablony. Jejich použití velice zjednodušší tvorbu vlastního příspěvku.

redakce



Akustické listy: ročník 8, číslo 4 prosinec 2002	ISSN: 1212-4702
Vydavatel: Česká akustická společnost, Technická 2, 166 27 Praha 6	Vytisklo: Ediční středisko ČVUT
Počet stran: 28 Počet výtisků: 200	
Číslo připravili: Marek Brothánek, Ondřej Jiříček, Jan Kozák	© ČsAS
Příspěvky nejsou redakčně upravovány. Za jazykovou úpravu odpovídají jejich aut	oři.
Uzávěrka příštího čísla Akustických listů je 28. února 2003.	NEPRODEJNÉ!