

AKUSTICKÉ LISTY

České akustické společnosti

ročník 9, číslo 3

říjen 2003

Obsah

Pozvánka na přednášku	2
Václav Syrový: Hudební Akustika <i>Josef Merhaut</i>	3
Dvoustupový implementačně efektivní systém zvýrazňování řeči Two-Microphone Speech Enhancement System <i>Milan Svoboda a Pavel Sovka</i>	5
Analýza vlivu rozložení bitů v poli měničů reproduktoru s přímou digitálně analogovou přeměnou An Analysis of the Influence of Bit Layout in the Transducer Field of Loudspeakers with Direct Digital-to-Analog Conversion <i>Libor Husník</i>	14
Akustická rezonance v poli rovinných, cylindrických a sférických vln Acoustic Resonance in Field of Planar, Cylindrical and Spherical Waves <i>Milan Červenka</i>	17

ČESKÁ AKUSTICKÁ SPOLEČNOST

Katedra radioelektroniky Fakulty elektrotechnické ČVUT

ve spolupráci s

Českou sekci Audio Engineering Society

^a

Českou a kustickou společností

pořádá v rámci pravidelných doktorandských seminářů přednášku

prof. dr. Ing. Wolfganga Ahnerta
(Berlín)

na téma

**Actual acoustic measurement methods by using a new
software based approach**

Přednáška se bude konat **21. 11. 2003 v 11.00** na Elektrotechnické fakultě ČVUT v Praze 6 – Dejvice, Technická 2,
v místnosti číslo 434

Václav Syrový: Hudební Akustika

V létě tohoto roku vyšla v Akademii múzických umění kniha s uvedeným názvem. Ačkoliv byla v podstatě napsána jako učebnice na této škole, má velký význam i pro pracovníky technické, kteří působí v akustice, nebo elektroakustice. Představuje totiž soubor s akustikou souvisejících pojmů a zákonů, s kterými se zvukový inženýr stále setkává a jejichž znalost potřebuje. Je potěšující, že kniha je napsána s velikou znalostí hudebních zákonů a pojmů, a při tom s technickou přesností v oborech, kde to nebývá snadné. Je dobře a přehledně uspořádaná a svědčí o autorově zkušenosti. Dosud jsme takovou knihu v této podobě neměli.

První kapitola knihy, s názvem *Základy fyzikální akustiky*, je určena pro základní informaci pracovníků AMU.

Kapitola druhá je nazvaná *Fyziologická akustika*. V této kapitole je podrobný popis lidského ucha a je v ní uvedena řada pojmů, které pro inženýra nejsou pravděpodobně známé a při tom jsou potřebné. Jedná se tam o teorii slyšení a jsou zde uvedeny kvantitativní výrazy pro velikost akustického počítku, zejména pro vjem intenzity, výšky tónu a pro maskování. Je to jedna z mála prací, ve které je správně uvedeno, že hladina hlasitosti se řídí zákonem Fechner-Weberovým, podle něhož roste velikost počítku řadou aritmetickou, když podnět roste řadou geometrickou. Zde bych doporučil autorovi, aby v dalším vydání na vysvětlenou vzorce (2-2) uvedl, že když podnět stoupne desetinásobně, vzroste počitek o jeden Bell. (Uvedený zákon platí i pro výšku tónu. Výška tónu stoupne o jednu oktávu, když frekvence stoupne dvakrát.) V druhé kapitole najde čtenář dále kvantitativní údaje pro adaptaci a poškození sluchu.

Ve třetí kapitole, nazvané *Úvod do hudební psychoakustiky*, nalezne studující zatím málo známé rozlišení hudebních signálů na statické a dynamické, s kvantitativními daty pomocí křivek a s číselnými údaji. Kapitola pojednává dále o vjemu komplexních zvuků a popisuje graficky vznik subharmonických komponent u dvou signálů s blízkou frekvencí znějících současně. Význam pro zvukového inženýra má pak především část nazvaná psychoakustika přenosu hudebního signálu.

Čtvrtá kapitola *Teorie hudebního signálu* je svým obsahem vědecko-technické práci v akustice nejbližší. Definuje perkusní signály s modelem časové obálky, s názvy jejich označení. Uvádí také význam Hilbertovy transformace a exaktní definici okamžité frekvence. Kromě popisu metod založených na Fourierově transformaci, běžně používaných – FTT a STFT, se v ní dále uvádí cenné jednodušší metody pásmové filtrace a jejich problematika. Obsahuje také málo známý výklad výrazu *kepstrum*.

Pátá kapitola, nazvaná *Barva zvuku*, má pro vlastní práci v akustice význam pouze informativní, ale přes to je i pro inženýra velmi cenná. Zajímavý je zde zejména popis Helmholtzovy relativní teorie barvy zvuku a výklad vzniku virtuálních harmonických složek ve skutečnosti v signálu neobsažených.

Podobně v šesté kapitole, nazvané *Akustika přirozených zdrojů hudebních signálů*, je obsažen pro nás zajímavý popis a výklad vzniku tónů v jednotlivých hudebních nástrojích. Je v knize doplněn o řadu zajímavých grafů a fotografií uspořádání příslušných měřicích souborů.

Poslední kapitola – sedmá, s názvem *Základy prostorové akustiky*, uvádí zákonitosti poslechu hudby v sále. Kromě známých vzorců a vysvětlení pojmů uvádí graficky závislost optimální doby dozvuku v sále pro různé hudební nástroje. Jedná také o souvislosti doby dozvuku s psychoakustickým vjemem. Nakonec obsahuje grafy doby dozvuku naměřené autorem v některých pražských sálech.

Kniha svědčí o autorových rozsáhlých znalostech, jak v oboru hudebním, tak v elektroakustice. Závěrem mohu podotknout, že je dobře, že kniha vyšla. Určitě představuje soubor pojmů a definic, které jsou potřebné, a v této formě nám chyběla.

prof. Josef Merhaut, DrSc.

Dvouřadový implementačně efektivní systém zvýrazňování řeči

Milan Svoboda^a a Pavel Sovka^b

^aSilicon & Software Systems, Šafránkova 1, 155 00 Praha 5

^bKatedra teorie obvodů, ČVUT–FEL, Technická 2, 160 00 Praha 6

email: milan.svoboda@s3group.com, sovka@feld.cvut.cz

This article proposes a design of a two-microphone frequency domain speech enhancement method having a low computational cost. The proposed system consists of a combination of a frequency domain speech enhancement method working without a voice activity detector and a superdirective two-microphone array designed in the frequency domain. The one-channel frequency domain speech enhancement method used in the system is based on a structure of the Extended Spectral Subtraction algorithm. In contrast to the original Extended Spectral Subtraction the proposed system uses power spectra. It also embodies the method of estimating the smoothed power spectra of speech developed by Ephraim and Malah. According to some publications this way of getting the smoothed estimates helps to decrease the musical noise.

1. Úvod

Odstraňování nežádoucích složek ze vstupního signálu patří mezi nejčastěji řešené úlohy číslicového zpracování signálů. V oblasti zpracování zvuku se požadavek na tento typ úpravy signálu objevuje obvykle v situaci, kdy je žádoucí zvýraznit lidskou řeč na úkor ostatních rušivých zvuků vytvářených zdroji obklopujícími mluvčího. U některých typických cílových aplikací, jako například u komunikačních systémů nebo u pomůcek pro sluchově postižené, jsou kladeny přísné požadavky na nízkou výpočetní náročnost a malé fyzikální rozměry použitého systému zvýraznění řeči.

V těchto případech bývají proto obvykle voleny adaptivní jednovstupové metody zvýraznění řeči založené na úpravě krátkodobého spektra signálu, které tyto požadavky splňují. Tyto metody mají několik nevhodných vlastností. První z nich je požadovaná stacionarita (případně kvazistacionarita) rušení. Druhou je skutečnost, že většina z nich je závislá na činnosti detektoru řeč-pauza. Detektor zvyšuje výpočetní náročnost systému a pokud nefunguje přesně, nedosahují dobrých výsledků ani na něm závislé metody. Poslední nevýhodou je skutečnost, že jednovstupové metody vždy částečně zkreslí řeč obsaženou ve vstupním signálu.

V případě, kdy to okolnosti umožňují, je proto výhodnější použít k zvýraznění řeči neadaptivní víceřadové metody (mikrofonní pole). Mikrofonní pole umožňují dosáhnout směrového příjmu (směrové přijímací charakteristiky). Proto mezi jejich výhody patří nezávislost na statistických vlastnostech rušení a skutečnost, že téměř nezkrusují užitečný signál. Nevýhodou je skutečnost, že pro vyšší frekvence je u mikrofonních polí obvykle porušen prostorový vzorkovací teorém, což se projevuje vznikem nežádoucích postranních laloků v přijímací charakteristice.

V [3] bylo ukázáno, že při použití superdirektivního návrhu je možné vytvořit pole s uspokojivými směrovými

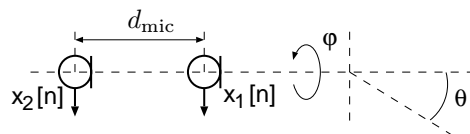
vlastnostmi již se dvěma mikrofony. V případě, že úroveň potlačení rušení dosažená takovýmto polem není dostatečná, a pokud není možné zvětšit počet mikrofonů, lze použít postup navržený v této práci, kombinující obě výše popsané metody zvýraznění řeči. Navržený systém umožňuje kombinovat výhodné vlastnosti obou typů metod a minimalizovat jejich nevýhody.

2. Teoretické předpoklady

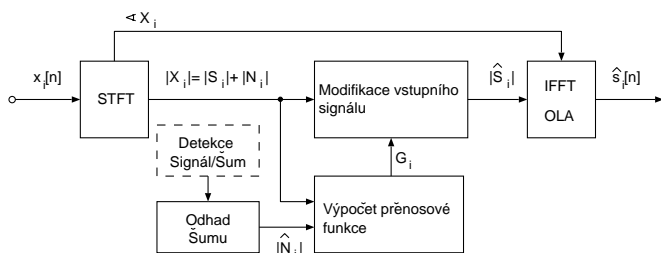
Předpokládejme, že zpracováváme dva diskrétní vstupní signály $x_l[n]$, $l = 1, 2$ a $n = 0, 1, \dots$ snímané mikrofony umístěnými podle obrázku 1. Oba signály vznikly součtem užitečného signálu (řeči) $s_l[n]$ a aditivního rušení $n_l[n]$, tedy $x_l[n] = s_l[n] + n_l[n]$. Předpokládáme, že signály $s_l[n]$ a $n_l[n]$ jsou stacionární, případně téměř stacionární (kvazistacionární) a ergodické náhodné signály s nulovou střední hodnotou. Dalším předpokladem je jejich vzájemná nekorrelovanost, $E[s_l[n]n_l[n]] = 0$.

3. Jednovstupové algoritmy pracující bez detektoru

Princip jednovstupových metod zvýrazňování řeči a potlačování šumů spočívá v úpravě spektra vstupního signálu. Pásmo obsahující šum jsou utlumena, pásmo bez



Obrázek 1: Konfigurace mikrofonního pole použitého v této práci: směr normály k vlnoploše dopadajícího signálu je určen úhly φ a θ , d_{mic} je vzdálenost mikrofonů



Obrázek 2: Blokové schéma typického jednovstupového algoritmu zvýraznění řeči pracujícího ve frekvenční oblasti

šumu jsou ponechána bez úpravy. Tlumení pásem závisí na úrovni šumu, která je odhadována různými způsoby. Nejčastěji se používá odhad šumu v pauzách. Tento přístup vyžaduje použití detektoru řeč-pauza, jehož účinnost je limitována úrovní šumu. Další dva způsoby odhadu šumu budou popsány v následujícím textu. Nejdříve se však věnujme způsobu úpravy spektra.

3.1. Úprava krátkodobého spektra signálu

Jednovstupové systémy, a tedy i systém popisovaný v této práci je založený na úpravě krátkodobého spektra vstupních signálů (viz schéma na obrázku 2). Při tomto typu zpracování jsou vstupní signály rozděleny na krátké překrývající se úseky (segmenty) o N vzorcích $x_i[n]$, $i = 1, 2, \dots, n = 1, \dots, N$, které jsou převedeny do frekvenční oblasti pomocí krátkodobé diskrétní Fourierovy transformace (STFT). Ve frekvenční oblasti jsou hodnoty krátkodobého spektra i -tého segmentu vstupního signálu $X_i[k] = S_i[k] + N_i[k]$, $k = 1, \dots, N$ modifikovány vhodnými algoritmy tak, aby šumová složka $|N_i[k]|$ byla potlačena a získána složka odpovídající řeči $|\hat{S}_i[k]|$. Zisk $G_i[k]$ provádějící tlumení frekvenčních pásem je určen pomocí informace o úrovni šumu $|\hat{N}_i[k]|$ v aktuálním vstupním segmentu $|X_i[k]|$. Následuje převod zpět do časové oblasti pomocí inverzní Fourierovy transformace (IFFT) a rekonstrukce výstupního signálu v časové oblasti pomocí metody OLA (Overlap Add), při které jsou dílčí překrývající se segmenty $\hat{s}_i[n]$ sčítány.

3.2. Modul a fáze spektra

Při zvýrazňování řeči ve frekvenční oblasti je často upravován pouze modul spektra $|X_i[k]|$ vstupního signálu. Hodnota modulu spektra $|\hat{S}_i[k]|$ výstupního signálu je získána jeho vynásobením ziskem $G_i[k]$. K rekonstrukci výstupního signálu bývá použita fáze vstupního signálu. V [4] bylo dokázáno, že fáze vstupního signálu je optimálním odhadem fáze řeči získaným metodou nejmenších čtverců.

3.3. Shrnutí vlastností

Mezi hlavní omezení adaptivních jednovstupových metod zvýraznění řeči patří závislost na detektoru řeč-šum a požadovaná kvazistacionarita rušení. Tyto omezení vyplývají

ze skutečnosti, že u těchto systémů není k dispozici žádný referenční signál, který by mohl být použit k určení odhadu šumu. Tento odhad je tedy obvykle nutné získávat na základě rozdílných statistických vlastností řeči a rušení. U algoritmů pracujících ve frekvenční oblasti je v takovém případě hodnota odhadu spektra šumu získávána obvykle průměrováním spektra vstupního signálu v pauzách mezi jednotlivými úseky řeči. S tím jsou spjaty hlavní slabiny většiny těchto algoritmů. Při nepřesné funkci detektoru řeč-pauza použitého k identifikaci pauz nebo při nestacionaritě rušení je získaný odhad spektra šumu nepřesný, což má za následek zkrácení řeči přítomné ve vstupním signálu, případně přítomnost nepřírodných zvuků, označovaných jako zbytkové šумы, ve výstupním signálu.

V literatuře bylo publikováno několik systémů pracujících bez detektoru řeč-pauza. Mezi nejpřesnější patří algoritmus založený na statistice minim [5]. V tomto systému je odhad spektra šumu získáván hledáním minima z amplitud spekter několika po sobě jdoucích segmentů. Nárůst hodnoty minima je penalizován, aby se zabránilo chybnému odhadu úrovně šumu.

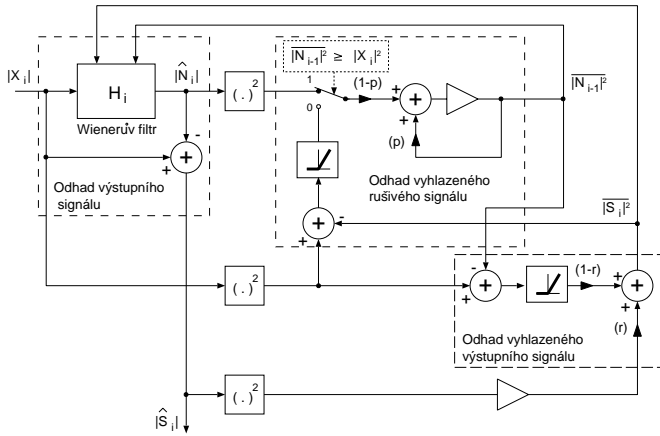
V publikaci [7] zaměřené na srovnání různých přístupů k získávání odhadů šumu byla tato metoda vyhodnocena jako nejpřesnější z jednovstupových metod. Autoři tohoto článku však poukazují na vysoké paměťové a výpočetní nároky spojené s vyhledáváním minima z velké množiny hodnot.

Další algoritmus pracující bez detektoru řeč-pauza byl publikován v [9]. Tento algoritmus, označený jako rozšířené spektrální odečítání (Extended Spectral Subtraction), kombinuje spektrální odečítání s Wienerovým (přesněji přizpůsobeným) filtrem. Jeho princip je velmi jednoduchý. Wienerův filtr je použit k získávání odhadu spektra rušení, nikoliv k odhadu spektra řeči. Výstup filtru je průměrován a použit k nastavení parametrů Wienerova filtru pro zpracování následujícího segmentu vstupního signálu. Díky této zpětné vazbě kopíruje získaný odhad spektra šumu šum ve vstupním signálu, přičemž časová konstanta použitá pro průměrování určuje rychlost, s jakou algoritmus reaguje na změny ve vstupním signálu. Algoritmus je založen na skutečnosti, že rychlost změn řeči je průměrně vyšší než rychlost změn šumu. Proto při vhodném nastavení časové konstanty algoritmus sleduje pouze změny spektra šumu a nikoliv řeči.

Nevýhodami tohoto algoritmu jsou vyšší výpočetní nároky způsobené přítomností druhé odmocniny v přenosové funkci použitého Wienerova filtru a přítomnost zbytkových šumů ve výstupním signálu.

4. Návrh jednovstupového algoritmu zvýrazňování řeči

Algoritmus, který je představen v tomto příspěvku, vychází z rozšířeného spektrálního odečítání a snaží se odstranit obě jeho nevýhody. Použití Wienerova filtru popsaného přenosovou funkcí obdobnou k funkci použité v [1] odstraňuje druhou odmocninu. Použití výpočtu vyhlaze-



Obrázek 3: Blokové schéma navrženého algoritmu zvyraznění řeči

ného odhadu řeči publikovaného v [4] má za následek potlačení zbytkových šumů.

Navržený algoritmus je popsán ve frekvenční oblasti následující soustavou diferenčních rovnic (jejich odvození lze nalézt v [11]), v nichž čas je představován proměnnou i (algoritmus pracuje s odhadem spektra i -tého segmentu výstupního signálu).

Odhad krátkodobého spektra výstupního signálu je získán odečtením odhadu krátkodobého spektra šumu od krátkodobého spektra vstupního signálu

$$|\hat{S}_i[k]| = |X_i[k]| - |\hat{N}_i[k]|. \quad (1)$$

Odhad krátkodobého spektra šumu je získáván násobením modulu spektra vstupního signálu $|X_i[k]|$ přenosovou funkcí Wienerova filtru $H_i[k]$

$$|\hat{N}_i[k]| = H_i[k]|X_i[k]|. \quad (2)$$

Přenosová funkce $H_i[k]$ filtru je určena vztahem

$$H_i[k] = \frac{|N_{i-1}[k]|^2}{|N_{i-1}[k]|^2 + |S_i[k]|^2}. \quad (3)$$

K nastavování přenosové funkce Wienerova filtru jsou použity vyhlazené odhady výkonových spekter řeči a šumu. Aby byla zachována kauzalita, musí být použity odhady získané při zpracování předchozího segmentu. Toto tvrzení se týká pouze odhadu šumu. Při použití postupu, který je zde popsán, je v případě odhadu řeči zpoždění zahrnuto již v rovnici, pomocí které je tento odhad počítán.

K výpočtu vyhlazeného odhadu spektra řeči je využit způsob odhadu použitý v MMSE algoritmu [4], který zajišťuje pokles zbytkových šumů ve výstupním signálu

$$|S_i[k]|^2 = (1-r)P\left[|X_i[k]|^2 - |N_i[k]|^2\right] + r|\hat{S}_{i-1}[k]|^2. \quad (4)$$

V práci [2] bylo ukázáno, že předchozí rovnice ovlivňuje obsah množství zbytkových šumů ve výstupním signálu,

neboť pokud je hodnota $|\hat{S}_{i-1}[k]|$ malá (to znamená, pokud spektrum vstupního signálu neobsahuje žádnou řeč), je odhad $|S_i[k]|^2$ počítán především z jednocestně usměrněného rozdílu $|X_i[k]|^2 - |N_i[k]|^2$. Ten je silně vyhlazený, proto i hodnota $|\hat{S}_{i-1}[k]|$ je vyhlazená. Skutečnost, že přenosová funkce použitá k výpočtu odhadu výstupního signálu, je v úsecích neobsahujících řeč počítána z vyhlazených hodnot, má vliv na malý rozptýl jejich hodnot, a tím i na nízký obsah zbytkových šumů ve výstupním signálu.

Pokud je hodnota $|\hat{S}_{i-1}[k]|$ velká (ve zpracovávaném signálu je přítomna řeč), je touto hodnotou ovlivněna i hodnota odhadu $|S_i[k]|^2$. Ten v tomto případě sleduje změny spektra vstupního signálu se zpožděním jednoho segmentu. Tím je zabráněno možnému zkreslení řeči způsobeného průměrováním.

K odhadu vyhlazeného odhadu výkonového spektra šumu $|N_i[k]|^2$ jsou použity následující dvě rovnice. To, která je použita, závisí na rozdílu hodnot $|N_{i-1}[k]|^2$ a $|X_i[k]|^2$.

Pokud $|N_{i-1}[k]|^2 \geq |X_i[k]|^2$, je použita rovnice

$$|N_i[k]|^2 = q|N_i[k]|^2 + (1-q)|\hat{N}_i[k]|^2. \quad (5)$$

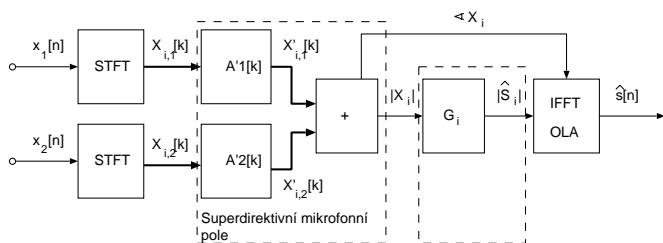
V opačném případě

$$|N_i[k]|^2 = q|N_i[k]|^2 + (1-q)P\left[|X_i[k]|^2 - |S_i[k]|^2\right], \quad (6)$$

kde operátor $P[\cdot]$ označuje jednocestné usměrnění. Použití dvou různých způsobů výpočtu $|N_i[k]|^2$ zaručuje, že navržený systém sleduje za všech podmínek spektrum vstupního signálu. Blokové schéma celého algoritmu je na obrázku 3, kde pro jednocestné usměrnění je místo operátoru $P[\cdot]$ použit symbol převzatý z charakteristiky diody, který lépe navozuje představu jednocestného usměrnění.

5. Systém kombinujícího mikrofonní pole s jednovstupovým algoritmem

Systém popisovaný v tomto příspěvku kombinuje výše popsaný algoritmus pracující ve frekvenční oblasti se superdirektivním mikrofonním polem. Podnětem k vytvoření tohoto systému je skutečnost, že kombinace obou systémů dosahuje větší redukce šumu než samotné mikrofonní pole. Vzhledem ke skutečnosti, že navržené mikrofonní pole nezpůsobuje téměř žádné zkreslení řeči obsažené ve vstupním signálu, je zkreslení celého systému srovnatelné se zkreslením způsobeným samotným jednovstupovým algoritmem. Systém vykazuje směrový příjem, a proto je vhodný pro pomůcky používané sluchově postiženými osobami. Realizaci tohoto systému umožňuje i skutečnost, že superdirektivní pole je jednoduše realizovatelné ve frekvenční oblasti. Je tedy možné jej kombinovat s libovolným jednovstupovým algoritmem pracujícím rovněž ve frekvenční oblasti.



Obrázek 4: Blokové schéma systému kombinujícího mikrofonní pole s jednovstupovou metodou zvýraznění řeči

V navrhovaném systému, jehož schéma je na obrázku 4, jsou vstupní signály $x_1[n]$ a $x_2[n]$ (indexy označují mikrofony) převedeny do frekvenční oblasti pomocí krátkodobé Fourierovy transformace. Ve frekvenční oblasti jsou prvky komplexních posloupností $X_{i,1}[k]$ a $X_{i,2}[k]$ představující diskrétní spektra jednotlivých segmentů (index i) obou signálů násobeny prvky komplexních posloupností tvořících přenosové funkce filtrů použitých v mikrofonním poli $A_1[k]$ a $A_2[k]$

$$X'_{i,l}[k] = A_l[k]X_{i,l}[k]. \quad (7)$$

kde $l = 1, 2$ jsou indexy vstupů (mikrofonů). Poznámka: v obrázku jsou uvedeny parametry $A'_1[k]$ a $A'_2[k]$ místo $A_1[k]$ a $A_2[k]$. Důvod bude uveden v následující sekci.

Takto upravené posloupnosti jsou následně sečteny: $X_i[k] = X'_{i,1}[k] + X'_{i,2}[k]$.

Komplexní posloupnost $X_i[k]$ je dále rozdělena na modul a fázi. Modul $|X_i[k]|$ je následně zpracován jednovstupovým algoritmem zvýraznění řeči (blok G_i), zatímco fáze zůstává nezměněna. K rekonstrukci časového průběhu výstupního signálu je použita metoda OLA.

Vzhledem ke skutečnosti, že jednovstupový algoritmus je zařazen až na výstup mikrofonního pole (po součtu obou signálů $X'_{i,1}[k]$ a $X'_{i,2}[k]$), není činnost pole tímto algoritmem nikterak ovlivněna. Problém by naopak nastal při zařazení dvou jednovstupových algoritmů do dílčích větví $X'_{i,1}[k]$ a $X'_{i,2}[k]$. V tomto případě by modifikace spekter způsobovaly nesynchronní změny zisků v obou větvích. Důsledkem by bylo porušení směrových vlastností pole.

Při testování navrženého systému byla prováděna měření, při kterých bylo mikrofonní pole kombinováno s původním algoritmem rozšířeného spektrálního odečítání a s algoritmem popsáním v této práci. Výsledky těchto testů jsou prezentovány v závěrečné části.

6. Superdirektivní mikrofonní pole

Na rozdíl od klasických mikrofonních polí označovaných jako „delay and sum beamformers“ jsou u mikrofonních polí realizovaných pomocí superdirektivního návrhu jednotlivé vstupní signály před sečtením zpracovány filtry navrženými tak, aby upravily jejich amplitudu a fázi s ohle-

dem na maximalizaci faktoru směrovosti výsledného systému $G(f)$. Ten je roven

$$G(f) = \frac{\Psi(f, \Theta_0, \varphi)}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \Psi(f, \Theta, \varphi) \sin \Theta \, d\Theta \, d\varphi}, \quad (8)$$

kde $\Psi(f, \Theta, \varphi)$ je výkonová směrová charakteristika systému, popisující výkonovou spektrální hustotu výstupního signálu jako funkci závislé na směru, odkud přichází vstupní signál. Směr je definován pomocí kulových souřadnic určených úhly Θ a φ tak, jak je znázorněno na obrázku 1. Úhel Θ_0 označuje přímý směr (v námi uvažované konfiguraci mikrofonů $\Theta_0 = 0^\circ$).

Pro výkonovou směrovou charakteristiku platí

$$\Psi(f, \Theta, \varphi) = \left| \sum_{l=1}^2 A_l(f) \exp(j\beta \left(\frac{d_{\text{mic}}}{2} \cos \Theta\right)) \right|^2, \quad (9)$$

kde d_{mic} je vzdálenost mezi mikrofony, $\beta = 2\pi f/c$, c je rychlost šíření zvuku.

Princip návrhu superdirektivního pole spočívá v hledání takových hodnot parametrů $A_l(f)$, které zaručují maximální hodnotu $G(f)$ při zachování dostatečně nízké citlivosti pole na vliv náhodných chyb (například chyb polohy mikrofonů).

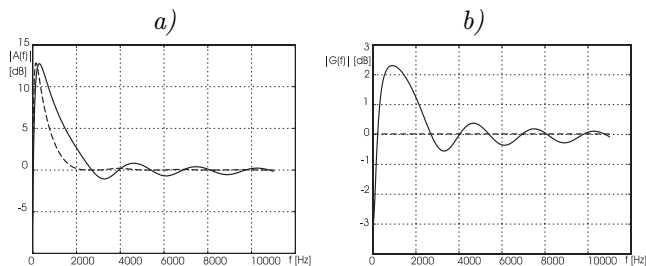
Podle [3] je možné spočítat hodnoty $A_l(f)$ vyřešením soustavy lineárních rovnic, která má pro pole se dvěma mikrofony tvar

$$A_1(f) + A_2(f) \frac{\sin \beta d_{\text{mic}}}{\beta d_{\text{mic}}} + \mu A_1(f) = \exp(j\beta \frac{d_{\text{mic}}}{2}), \quad (10)$$

$$A_2(f) + A_1(f) \frac{\sin \beta d_{\text{mic}}}{\beta d_{\text{mic}}} + \mu A_2(f) = \exp(-j\beta \frac{d_{\text{mic}}}{2}). \quad (11)$$

Parametr μ označuje v předchozí rovnici Lagrangeův multiplikátor umožňující kontrolovat směrovost navrhovaného pole. Jeho správnou volbou je možné navrhnout pole s dobrou směrovostí a dostatečnou odolností vůči rozptylu parametrů. V [3] bylo doporučeno použít hodnotu $\mu = 0,02$.

Při realizaci superdirektivního pole v časové oblasti jsou filtry s přenosovými funkcemi $A_l(f)$ nejčastěji realizovány pomocí FIR filtrů. Při tomto způsobu realizace je tedy potřeba z funkcí $A_l(f)$ určit koeficienty FIR filtrů. V našem případě je situace jednodušší, neboť navrhovaný systém pracuje ve frekvenční oblasti. Potom lze při realizaci filtrů přímo použít hodnoty přenosových funkcí (posloupností) $A_l(f)|_{f=kf_s/M} = A_l[k]$ určené pro jednotlivé diskrétní frekvence (definované diskrétním Fourierovým obrazem zpracovávaného segmentu) $f = kf_s/M$, $0 \leq k \leq M$, kde M je délka segmentu. Těmito posloupnostmi jsou pak ve frekvenční oblasti vynásobena spektra vstupních signálů. Tento postup byl poprvé použit v [8].



Obrázek 5: a) Modul přenosové funkce (plná čára – filtry navržené původním postupem, čárkovaná – po vyrovnání frekvenční charakteristiky). b) Modul přenosové charakteristiky mikrofonního pole pro $\Theta_0 = 0^\circ$ (plná čára – filtry navržené původním postupem, čárkovaná – po vyrovnání frekvenční charakteristiky).

Při analýze superdirektivního pole navrženého výše popsaným způsobem bylo zjištěno, že pro signál přicházející z přímého směru $\Theta_0 = 0^\circ$ nemá takto navržené pole plochou amplitudovou frekvenční charakteristiku (viz plná čára v obrázku 5 b)). V důsledku zvlnění frekvenční charakteristiky dochází ke zkreslení spektra signálu přicházejícího z přímého směru, tedy v našem případě řeči.

Aby bylo dosaženo ploché frekvenční charakteristiky, byla navržena jednoduchá modifikace postupu používaného k návrhu přenosových charakteristik filtrů $A_l(f)$. Základem této úpravy je skutečnost, že u mikrofonního pole se dvěma mikrofony mají přenosové funkce filtrů použitých v obou kanálech stejný modul. Je možné dokázat, že při zachování shodných modulů závisí index směrovosti pouze na fázi přenosových charakteristik filtrů. To vedlo k myšlence upravit moduly přenosových funkcí filtrů tak, aby bylo zvlnění frekvenční charakteristiky výsledného systému kompenzováno.

Upravený návrh přenosových funkcí filtrů probíhá ve dvou krocích. Nejdříve jsou pomocí rovnic (10) a (11) určeny charakteristiky $A_l(f)$. Z nich jsou ve druhém kroku určeny kompenzované charakteristiky $A'_l(f)$ podle vztahu

$$A'_l(f) = M(f) \exp(j\angle A_l(f)), \quad (12)$$

kde $\angle A_l(f)$ je fáze přenosové charakteristiky $A_l(f)$. Hodnota $M(f)$ je dána řešením následující rovnice

$$\left| \sum_{l=1}^N M(f) \exp\left(j\angle A_l(f) - j\beta d_{\text{mic}}\left(\frac{N+1}{2} - l\right)\right) \right| = 1, \quad (13)$$

kde $N=2$, $\beta = 2\pi f/c$.

Všechny výše uvedené vztahy, použité při návrhu, jsou opět vyčísleny pro diskretní frekvence $f = kf_s/M$, pro $0 \leq k \leq M$.

Na obrázku 5 a) je možné porovnat moduly frekvenčních charakteristik filtrů navržených původní metodou s frekvenčními charakteristikami navrženými výše popsaným postupem. Z průběhů je patrné, že navržený postup vyrovnává tvar frekvenční charakteristiky filtrů, přičemž

zachovává její tvar. Obrázek 5 b) znázorňuje frekvenční charakteristiky celého mikrofonního pole pro $\Theta_0 = 0^\circ$. Na tomto obrázku je národně vidět dosažené vyrovnání frekvenční charakteristiky (čárkovaná čára), které eliminuje nežádoucí zkreslení řeči.

7. Experimentální ověření navrženého systému

Testy navrženého systému byly prováděny na simulovaných i reálných signálech. Signály, použité pro číselné vyhodnocení účinnosti systému, byly získány součtem čistě reálné řeči a reálných šumů podle předem daného odstup signálu od šumu. Ověření funkce reálnými signály bylo provedeno pomocí spektrogramů a orientačních poslechoých testů.

7.1. Kritéria vyhodnocení účinnosti systému

K objektivnímu změření úrovně potlačení šumu a zkreslení užitečného signálu byly použity míry, obecně používané k testování účinnosti metod zvýrazňování řeči. Těmito mírami jsou segmentální zvýšení odstup signálu od šumu SSNRE, potlačení šumu NR a zkreslení řeči SD. Tato kritéria byla z důvodu porovnání s jinými metodami zvýrazňování řeči realizována ve shodě s [6].

Segmentální zvýšení odstup signálu od šumu – SSNRE

K změření rozdílu mezi dvěma signály je používána míra označovaná jako poměr signál-šum (SNR) (přesněji odstup signálu od šumu). Tato míra je definována výrazem

$$\text{SNR} = 10 \log \frac{\sum_{n=0}^N s^2[n]}{\sum_{n=0}^N (x[n] - s[n])^2}, \quad (14)$$

kde $s[n]$ je čistý signál, $x[n]$ je signál jehož SNR měříme, N je délka úseku, na kterém je hodnota SNR měřena.

Při zpracování řeči je měřeno SNR v jednotlivých segmentech (získáme posloupnost SNR_i) a výsledná hodnota segmentálního odstup signálu od šumu je získána průměrováním přes L segmentů

$$\text{SSNR} = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^L \text{SNR}_i. \quad (15)$$

Takto měřené údaje, označované jako SSNR (segmentální SNR), lépe odpovídají fyziologii slyšení.

Pro porovnání úrovně rušení u dvou signálů (například na vstupu a na výstupu určitého systému) je používána míra označovaná jako SSNRE (Segmental SNR Enhancement). Ta je definována jako rozdíl mezi SSNR výstupního a vstupního signálu. Hodnota SNRE je počítána průměrováním rozdílů změřených v jednotlivých segmentech

$$\text{SSNRE} = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^L (\text{SSNR}_{i,\text{výstup}} - \text{SSNR}_{i,\text{vstup}}). \quad (16)$$

Obvykle jsou při počítání SSNRE použity pouze hodnoty změřené v segmentech obsahujících řeč (identifikovaných pomocí detektoru řeč-pauza), případně jsou výsledky měření limitovány rozsahem $(-20, 35)$ dB, neboť hodnoty mimo tento rozsah neodpovídají skutečné míře, kterou se segmenty, ve kterých byly změřeny, podílejí na celkovém vnímání rušení.

Zkreslení řeči SD

Kritérium označované jako zkreslení řeči (anglicky speech distortion – SD) je používáno k posouzení vlivu zpracování signálu na čistý signál. Toto kritérium je definováno následujícím vztahem

$$\text{SD} = 10 \log \frac{\sum_{n=0}^N (s[n] - \tilde{s}[n])^2}{\sum_{n=0}^N s[n]^2}, \quad (17)$$

kde $s[n]$ je vstupní signál, $\tilde{s}[n]$ je signál získaný filtrací čistého signálu systémem, jehož přenosová funkce je shodná s přenosovou funkcí zkoumaného adaptivního systému nastavenou při zpracování signálu $x[n]$.

Stejně jako v případě SSNR je při zpracování řeči používána segmentální varianta této míry, označovaná jako SegSD. Ta je počítána pomocí následující rovnice

$$\text{SegSD} = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^L \text{SD}_i, \quad (18)$$

kde jednotlivé příspěvky jsou opět počítány v jednotlivých segmentech.

Potlačení rušení NR

Obdobně jako SD je i potlačení rušení (noise reduction – NR) získáno porovnáním signálu na vstupu a na výstupu systému, jehož přenosová funkce je shodná s přenosovou funkcí zkoumaného adaptivního systému při zpracování signálu $x[n]$. Segmentální varianta této míry SegNR je

$$\text{SegNR} = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^L \text{NR}_i, \quad (19)$$

kde NR_i pro i -tý segment je dáno vztahem

$$\text{NR}_i = 10 \log \frac{\sum_{n=0}^N n^2[n]}{\sum_{n=0}^N \tilde{n}^2[n]}. \quad (20)$$

U vícevstupových metod byla měření SSNRE, SegNR a SegSD prováděna tak, že mezi sebou byl vždy porovnáván jeden ze vstupních signálů a výstupní signál posunutý v čase tak, aby bylo kompenzováno jeho zpoždění způsobené mikrofonním polem.

Spektrogramy a orientační poslech

Pro kvalitativní posouzení účinnosti navržené metody byly využity spektrogramy a orientační poslech, které umožňují posoudit výslednou kvalitu a celkový dojem daný především charakterem výsledných reziduálních šumů a úrovní zkreslení řeči. Orientační poslech byl prováděn malou skupinou posluchačů, kteří hodnotili úroveň potlačení šumu a zkreslení řeči, jakož i charakter reziduálních šumů.

7.2. Výsledky

Typické hodnoty SSNRE, SegNR a SegSD získané simulacemi prováděnými s jednotlivými testovanými algoritmy jsou uvedeny v tabulce 1. Tyto hodnoty jsou dále znázorněny v grafické podobě pomocí sloupcových grafů na obrázcích 6 až 8.

Testovány byly následující algoritmy (případně kombinace algoritmů):

- **2_POLE** – dvouvstupové superdirektivní mikrofonní pole navržené podle postupu popsáno v této práci
- **1_RSO** – rozšířené spektrální odečítání, tak jak bylo navrženo v [9]
- **1_RSO2** – jednovstupový algoritmus popsáný v této práci
- **1_MMSE** – MMSE algoritmus popsáný v [4] pracující s ideální detekcí řeči
- **2_RSO** – kombinace rozšířeného spektrálního odečítání a superdirektivního mikrofonního pole
- **2_RSO2** – kombinace jednovstupového algoritmu popsáno v této práci a superdirektivního mikrofonního pole.

Z naměřených hodnot vyplývají následující poznatky:

Přestože superdirektivní mikrofonní pole dosahuje srovnatelných hodnot SSNRE jako jednovstupové metody, je jeho velkou výhodou skutečnost, že nezpůsobuje žádné zkreslení řeči obsažené ve vstupním signálu. To vyplývá z hodnoty SegSD, která je výrazně nižší než u všech jednovstupových hodnot. Hodnota SegSD je u mikrofonního pole způsobena pouze rozdílem vstupních signálů. Tyto rozdíly se projeví po provedení součtu jako zkreslení.

V systémech kombinujících mikrofonní pole s některým z jednovstupových algoritmů je zkreslení řeči SegDS vždy srovnatelné se zkreslením, které způsobuje samotný jednovstupový algoritmus. Oproti tomu hodnoty SSNRE naměřené pro systémy kombinující mikrofonní pole s některou jednovstupovou metodou, jsou přibližně rovny součtu

	2_POLE	1_RSO	1_RSO2	1_MMSE	2_RSO	2_RSO2E
SSNRE (-6 dB)	2,97	6,78	6,80	5,60	8,45	8,85
SegNR (-6 dB)	3,14	19,36	15,49	11,80	23,90	20,60
SegSD (-6 dB)	-14,04	-1,17	-1,60	-2,56	-1,47	-1,86
SSNRE (0 dB)	2,97	3,71	4,10	2,32	5,29	5,96
SegNR (0 dB)	3,14	18,99	15,94	14,26	23,58	21,32
SegSD (0 dB)	-14,04	-4,80	-2,25	-2,35	-2,13	-2,61
SSNRE (6 dB)	2,94	1,54	2,46	2,09	3,34	3,81
SegNR (6 dB)	3,14	18,58	16,81	17,73	23,02	22,64
SegSD (6 dB)	-14,04	-2,82	-4,12	-2,04	-3,34	-4,38

Tabulka 1: Hodnoty SSNRE, SegNR a SegSD dosažené jednotlivými systémy při zpracování signálů složených z čisté řeči a hluků při vstupním SSNR = -6, 0 a 6 dB. 2_POLE – superdirektivní mikrofonní pole, 1_RSO – rozšířené spektr. odečítání, 1_RSO2 – jednovstupový algoritmus navržený v této práci, MMSE – MMSE algoritmus, 2_RSO – kombinace rozšířeného spektrálního odečítání s mikrofonním polem, 2_RSO2 – kombinace zde navrženého algoritmu s mikrofonním polem

hodnot získaných testováním samostatné metody a samostatného mikrofonního pole.

Výsledky tedy potvrdily očekávaný předpoklad, že systém kombinující superdirektivní pole s jednovstupovým algoritmem je schopen dosáhnout většího potlačení šumů, aniž by zvýšil případné zkreslení řeči.

Vzhledem ke skutečnosti, že použité mikrofonní pole není adaptivní systém, jsou dosažené hodnoty SSNRE, SegNR a SegSD nezávislé na SNR vstupního signálu. Oproti tomu u jednovstupových metod dochází s nárůstem vstupního SNR k poklesu naměřené hodnoty SSNRE. Tento pokles je způsoben tím, že při vyšších hodnotách vstupního SNR je řeč obsažená ve vstupním signálu více zkreslena.

Výsledky SSNRE dosažené navrženým modifikovaným algoritmem rozšířeného spektrálního odečítání jsou nepatrně lepší, než výsledky původního rozšířeného spektrálního odečítání. Rozdíl je patrný především pro vyšší hodnoty vstupního SNR, kdy navržený algoritmus méně zkresluje řeč.

Hodnoty SSNRE dosažené MMSE algoritmem s ideální detekcí jsou horší než hodnoty dosažené algoritmy pracujícími bez detektoru řeč-pauza. Vysvětlení této skutečnosti spočívá v tom, že rušení použité k testování není stacionární. Zatímco algoritmy pracující bez detektoru řeč-pauza mohou aktualizovat odhady šumu, použité k výpočtu přenosové funkce během zpracování všech segmentů, systémy pracující s detektorem nejsou schopny sledovat změny šumu v segmentech, ve kterých je detekována řeč.

Pro kvalitativní posouzení účinnosti navržené metody byly generovány a porovnávány spektrogramy. Ilustrace použití spektrogramů je na obrázcích 9 až 11. Na svislé ose je vyneseno hodnocené frekvenční rozsah, který je na obrázcích omezen z důvodů lepšího porovnání detailů. Na vodorovné ose je zachycen čas v podobě indexů segmentů. Na obrázku 9 je spektrogram řeči v šumu (hluk ulice), na obrázku 10 spektrogram zvýrazněné řeči a na obrázku 11 spektrogram čisté řeči, umožňující kvalitativní porovnání rozdílů ve zvýrazněné a čisté řeči. Porovnáním spektrogramů 9 a 11 pro nízké kmitočty lze vysledovat vyplnění

mezer mezi formanty řeči, zatímco na vyšších kmitočtech je patrné maskování formantů řeči. Porovnání spektrogramů 10 a 11 odhaluje existenci reziduálních šumů, především na nízkých kmitočtech a pouze částečné obnovení formantové struktury na vyšších kmitočtech. Přítomnost reziduálních šumů a zkreslení řeči byly rovněž potvrzeny orientačním poslechem. Nicméně, zkreslení řeči, charakter reziduálních šumů i jejich úroveň byly hodnoceny jako přijatelné a z porovnávaných metod jako nejméně rušivé.

8. Závěr

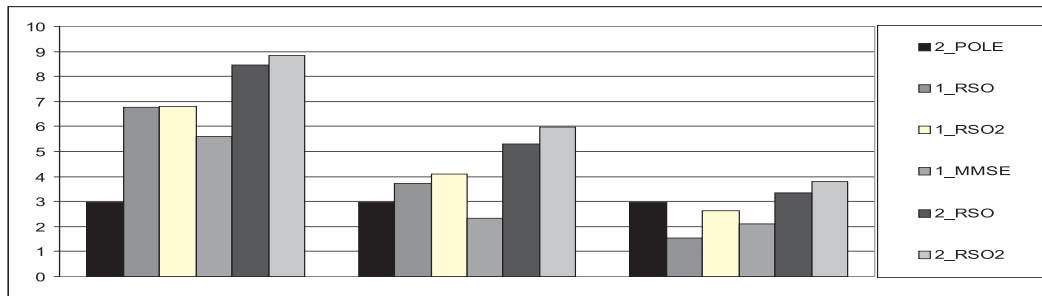
Příspěvek popisuje návrh systému pro zvýrazňování řeči a ověření jeho funkce včetně určení mezí účinnosti. Cílem bylo vyvinout systém s nízkými výpočetními nároky. Z tohoto důvodu byla navržena kombinace systému se dvěma mikrofony a systému spektrálního odečítání. Pro zvýšení účinnosti systému v případě výskytu nestacionárních šumů byly vyloučeny algoritmy vyžadující detektor řeč-pauza. Navržený systém, zcela realizovaný ve frekvenční oblasti, zaručuje kromě nízkých výpočetních nároků rovněž snadnou implementaci. Použitím modifikace jednovstupové metody nazývané rozšířené spektrální odečítání byly značně sníženy výpočetní nároky a zvýšena robustnost systému. Objektivní kritéria i orientační poslech potvrdily předpoklad, že navržený systém vykazuje nízké zkreslení řeči při zvýšeném potlačení šumu.

Poděkování

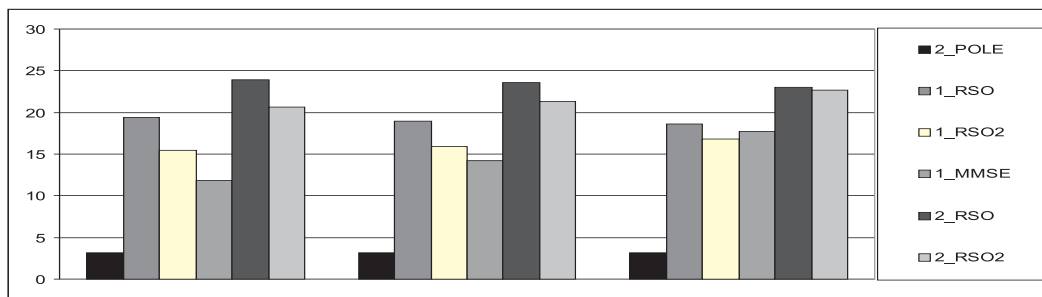
Teoretická část práce byla podporována komplexním grantem „Hlasové technologie v podpoře informační společnosti“, GA 102/02/0124 a realizační část výzkumným zámerem „Transdisciplinární výzkum v oblasti biomedicínského inženýrství“, MSM 210000012.

Reference

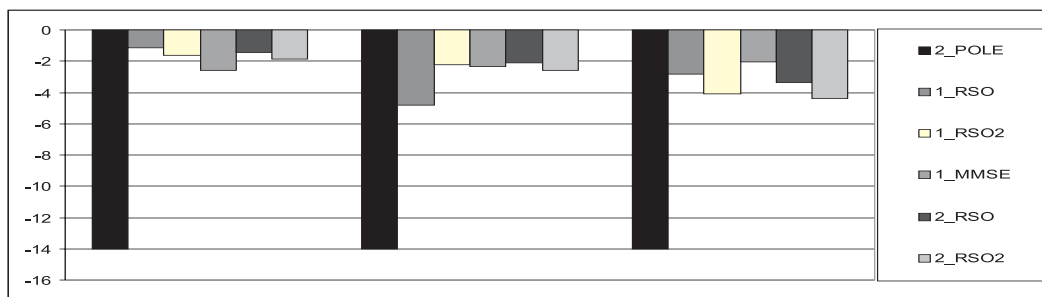
- [1] A. Akbari Azirani, J. R. Le Bouquin, G. Faucon – *Speech Enhancement Using a Wiener Filtering under*



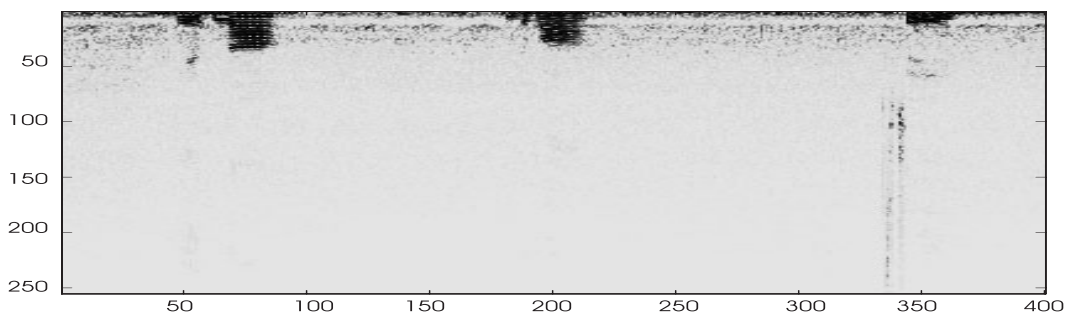
Obrázek 6: Hodnoty SSNRE dosažené jednotlivými systémy při zpracování signálů složených z čisté řeči a hluků při vstupním SSNR= -6, 0 a 6 dB. 2_POLE – superdirektivní mikrofonní pole, 1_RSO – rozšířené spektr. odečítání, 1_RSO2 – jednovstupový algoritmus navržený v této práci, MMSE – MMSE algoritmus, 2_RSO – kombinace rozšířeného spektrálního odečítání s mikrofonním polem, 2_RSO2 – kombinace zde navrženého algoritmu s mikrofonním polem



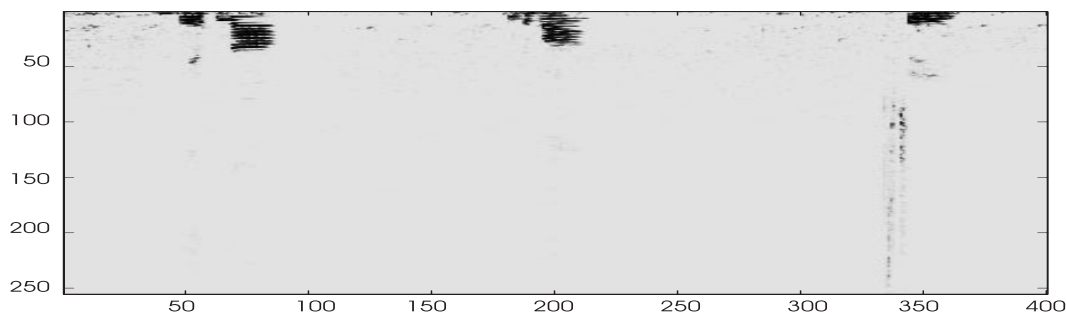
Obrázek 7: Hodnoty SegNR dosažené jednotlivými algoritmy



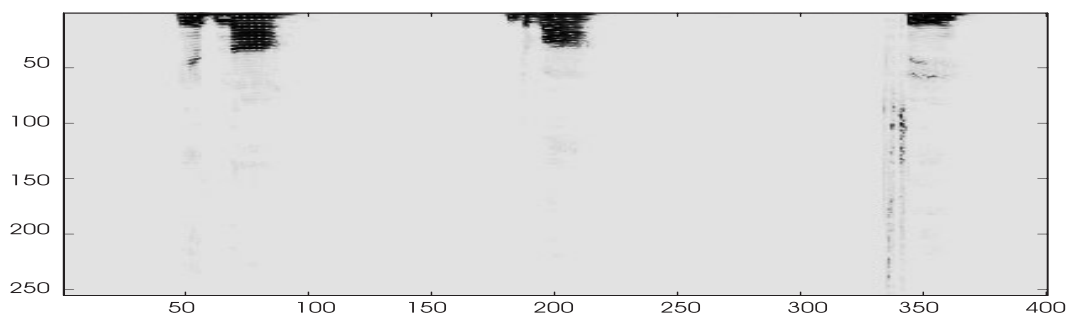
Obrázek 8: Hodnoty SegSD dosažené jednotlivými algoritmy



Obrázek 9: Spektrogram řeči v šumu



Obrázek 10: Spektrogram zvýrazněné řeči



Obrázek 11: Spektrogram čisté řeči

- Signal Presence Uncertainty*, EUSIPCO-96, Vol. II, pp. 971–974, 1996.
- [2] O. Cappé – *Elimination of the Musical Noise Phenomenon with Ephraim and Malah Noise Suppressor*, IEEE Trans. on ASSP, Vol. 2, pp. 345–349, April 1994.
- [3] M. Dörbecker – *Speech Enhancement Using Small Microphone Arrays with Optimized Directivity*, IWA-ENC'97, pp. 100–103, 1997.
- [4] Y. Ephraim, D. Malah – *Speech Enhancement Using a Minimum Mean-Square Error Short-Time Spectral Amplitude Estimator*, IEEE, Trans. On ASSP, Vol. 32, No. 6, pp. 1109–1121, 1984.
- [5] R. Martin – *Spectral Subtraction Based on Minimum Statistics*, in Proc. EUSIPCO, pp 1182–1185, 1994.
- [6] Q. H. Pham, P. Sovka – *A Family of Coherence-Based Multi-Channel Speech Enhancement Systems*, Radio-engineering, 2003.
- [7] J. Meyer, K. U. Simmer, K. D. Kammeyer – *Comparison of One- and Two-Channel Noise-Estimation Techniques*, IWAENC'97, pp. 17–20, 1997.
- [8] C. Liu, S. Sideman – *Simulation of Fixed Microphone Arrays for Directional Hearing Aids*, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 100, No. 2, pp. 848–856, 1996.
- [9] P. Sovka, P. Pollak, J. Kybic – *Extended Spectral Subtraction*, EUSIPCO-96, Trieste, Italy, 1996.
- [10] M. Svoboda, P. Sovka, P. Pollák – *Combined Noise Suppression System for Monaural Cochlear Implants*, In Proc. of EUROSPEECH 99, Budapest, Hungary, pp. 2635–2638, 1999.
- [11] M. Svoboda – *Použití metod zvýrazňování řeči v pomůckách pro sluchově postižené*, Disertační práce, FEL ČVUT, 2003.

Analýza vlivu rozložení bitů v poli měničů reproduktoru s přímou digitálně-analogovou přeměnou

Libor Husník

ČVUT–FEL, katedra radioelektroniky, Technická 2, 166 27 Praha 6
email: husnik@feld.cvut.cz

This article addresses problems related to construction of a loudspeaker with the direct digital-to-analog conversion brought about by path and temporal differences. Examples of several transducer field arrangements are proposed and compared from the point of view of directional effects. Directivity of the such a transducer is discussed.

Filozofie digitálních měničů (neboli měničů s přímou digitálně-analogovou konverzí) je vyzářit signál v paralelní – digitální formě do plynného média, ve kterém dojde k superpozici jednotlivých vln a vytvoření klasického analogového signálu. Jednou z možností, jak takovýto měnič vytvořit je pomocí konstrukce pole stejných měničů, kde počet měničů, který je napájený jedním bitem, je přímo úměrný jeho bitové váze [1]. Vzhledem k nutnosti použití poměrně velkého počtu měničů (např. 63 pro 6 bitový měnič, 1023 pro 10 bitový a 65535 pro 16 bitový), je snadné nahlédnout, že prostorové uspořádání takovýchto měničů bude mít značný vliv na průběh akustického tlaku v určitém bodě, neboť vlny od jednotlivých měničů budou mít různé dráhové i časové zpoždění. Práce popsaná v tomto článku si kladla za cíl zjistit vliv různého prostorového rozložení měničů v poli na tvar výsledné vlny v různých bodech prostoru, abychom zjistili, zda je možno či nutno toto rozložení při konstrukci digitálního reproduktoru optimalizovat. Pokud nebude řečeno jinak, bude se v tomto článku slovem „bit“ rozumět měnič, blíže nespecifikovaného typu, který je napájen signálem, jehož průběh odpovídá průběhu bitu určité váhy a který vstupuje do digitálně-analogového převodníku, ve kterém je z něho složen výsledný akustický analogový signál.

1. Testovaná rozložení budičů

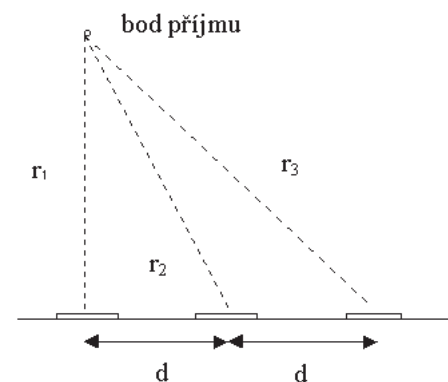
Jednotlivé měniče mohou být v poli uspořádány mnoha způsoby. Literatura [2] uvádí několik kruhových uspořádání elementárních měničů. Vzhledem k rozvíjejícím se mikrotechnologiím (MEMS, viz např. [3] a [4]), se jeví výhodné uspořádání v pravoúhlé síti, i když použití jiné technologie je též možné, jak dokazují první prototypy [5]. Pro analýzu vlivu rozložení měničů v poli bylo vybráno celkem pět uspořádání. Všechna měla tvar čtverce (nebo obdélníka blízcímu se čtverci), což je tvar, který je z hlediska zamýšlené technologie MEMS nejvýhodnější (optimum z hlediska tvaru plochy membrán a celkové plochy měniče). Tato uspořádání jsou charakterizována následovně:

- A. Plocha, kterou se vyplní měniče napájené bitovým signálem jedné váhy vznikne rozdělením vyššího

útvary na dvě poloviny (dva stejné obdélníky nebo dva čtverce) a jeden z nich se použije pro další dělení a takto vznikne „hlemýžď“.

- B. Měniče jsou do čtvercového pole umístěny postupně z jedné strany tak, že obrazce měničů napájených jedním bitovým signálem tvoří obdélník, jehož šířka se se zvyšující vahou bitu snižuje a délka zůstává stejná. V poslední řadě jsou zbylé bity umístěny v řadě.
- C. Měniče napájené nejdůležitějším bitem jsou umístěny ve středu čtverce a ostatní v obdélnících kolem tohoto čtverce.
- D. Měniče napájené nejvíce významným bitem jsou umístěny rovnoměrně u krajů čtvercového pole, méně významné bity jsou pak umístěny přibližně v obdélnících zmenšujících se směrem dovnitř.
- E. Měniče jsou rozloženy ve čtvercovém poli náhodně.

Z obrázku 1 je vidět původ potíží při přímé digitálně-analogové přeměně, kdy v daném bodě se skládají vlny s rozdílným časovým a dráhovým zpožděním, což je matematicky vyjádřeno argumentem exponenciály ($j\omega t$) a ($-jkr$).

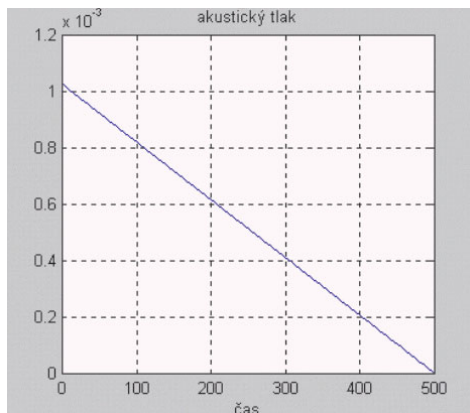


Obrázek 1: Dráhové rozdíly signálů vysílané měniči v poli jsou dány rozdíly délek úseček r_1 , r_2 , r_3 ve znázorněné geometrii

2. Body, ve kterých byly testovány průběhy

Protože akustický tlak, který je v daném bodu v daném čase je dán součtem příspěvků akustického tlaku od měničů s různým rozmístěním, mají tyto příspěvky různé dráhové a časové zpoždění. To má za následek vytvoření rozdílnost fází všech složek, ze kterých se výsledný tlak v daném bodě skládá, což může za nepříznivých poměrů způsobit deformaci akustické vlny a vznik nežádoucích kmitočtových složek. Průběhy, které vzniknou složením vln vysílaných čtvercovým polem měničů s různým rozmístěním bitů, byly počítány v různých bodech před strukturou. Jednotlivé bity byly rozmístěny ve čtvercové síti v rovině $[x,y]$ s rozestupy o normované velikosti 1 (skutečná síť bude mít tyto rozestupy v řádu od milimetrů po centimetry, kdy poměr vlnové délky a největšího rozměru soustavy bude vždy příznivější), vzdálenost testovacího pozorovacího bodu byla pak volena ve vzdálenosti 5,102, 5,103, 5,104, 5,105, 104, 105 (souřadnice z). Při umístění pole měničů do pravouhlého souřadnicového systému tak, že počátek je v jednom jeho rohu a plocha v rovině $[x,y]$, jsou tyto vzdálenosti souřadnicí na ose z . Souřadnice $[x,y]$ testovacího bodu byly pak postupně $[0,0]$, $[16,16]$ (přibližně střed pole) a $[100,100]$. Průběhy pak byly počítány v některých kombinacích těchto souřadnic $[x,y,z]$.

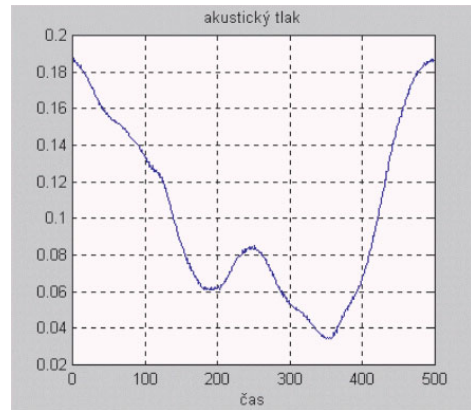
Získané výsledky budou zajímavé i z hlediska směrovosti. Je zřejmé, že v při velkých úhlových odchylkách od akustické osy měniče bude docházet k určitému zkreslení. Příklady průběhů v takových místech jsou znázorněny na následujících obrázcích (pozn. údaje na svislé ose jsou jen poměrové, ne absolutní, souřadnice $[x,y] = [16,16]$ odpovídá akustické ose):



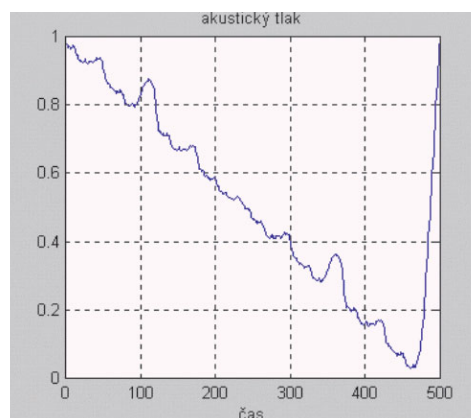
Obrázek 2: Správný tvar vlny pro všechny případy (testovacím signálem byl obdélník a jeho rozvoj). Pozice bodu $[16,16,10000]$

3. Vyhodnocení

Pro zjišťování odchylky vypočteného průběhu od nejlepšího případu (souřadnice $[16,16,500000]$) byla použita statistika střední kvadratická odchylka od průběhu znázorněného na obrázku 2. Výsledky jsou uvedeny v následující ta-



Obrázek 3: Pozice testovacího bodu $[100,100,5000]$



Obrázek 4: Pozice testovacího bodu $[16,16,1000]$

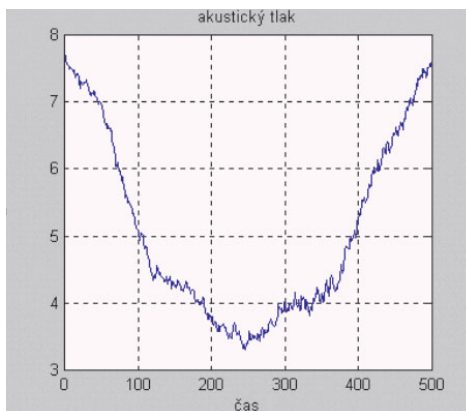
bulce, kde písmena ve sloupcích odpovídají rozložení měničů v poli dle výše uvedeného popisu. Tučně zvýrazněné hodnoty znamenají minimum pro daný řádek v případě, že je toho minimum výraznější.

4. Závěr

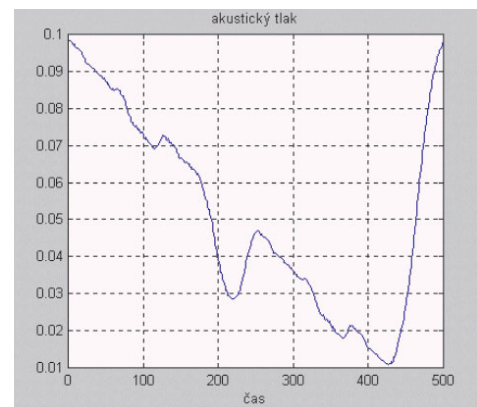
Z vypočtených hodnot vyplývá, že pro vybrané body z poloprostoru před polem měničů je nejlepší rozmístění elementů typu „D“, tedy takové rozmístění bitů, kdy nejvíce významný bit je rozložen rovnoměrně na okrajích čtverce a méně významné bity opět rovnoměrně směrem do středu. Nicméně v decibelovém vyjádření nejsou rozdíly mezi jednotlivými rozloženími významné a proto optimalizace rozložení z tohoto hlediska bude moci být podřízena spíše konstrukčním možnostem. Daleko závažnějším bude problém směrovosti, kdy mimo akustickou osu dochází k deformaci vlny. Při využití zpracování signálů, které se přivádějí k elementárním měničům, pomocí vhodně stanoveného zpoždění se však může dosáhnout vylepšení poměrů v učitým kuželu za cenu zhoršení na akustické ose (jde tedy vlastně o natočení akustické osy). Velikost skutečně použitelného prostorového úhlu, tedy oblasti, kde bude možnost

$[x,y,z]$	A	B	C	D	E
$[50,50,5 \cdot 10^4]$	$5,34 \cdot 10^{-3}$	$5,35 \cdot 10^{-3}$	$5,34 \cdot 10^{-3}$	$5,32 \cdot 10^{-3}$	$5,33 \cdot 10^{-3}$
$[16,16,5 \cdot 10^4]$	$5,36 \cdot 10^{-3}$	$5,36 \cdot 10^{-3}$	$5,35 \cdot 10^{-3}$	$5,37 \cdot 10^{-3}$	$5,37 \cdot 10^{-3}$
$[16,16,5 \cdot 10^5]$	0	0	0	0	0
$[0,0,5 \cdot 10^5]$	$2,35 \cdot 10^{-7}$	$1,15 \cdot 10^{-7}$	$2,00 \cdot 10^{-7}$	$4,41 \cdot 10^{-8}$	$1,02 \cdot 10^{-7}$
$[10^2,10^2,5 \cdot 10^5]$	$1,56 \cdot 10^{-6}$	$1,51 \cdot 10^{-6}$	$1,29 \cdot 10^{-6}$	$1,32 \cdot 10^{-6}$	$1,19 \cdot 10^{-6}$
$[10^2,10^2,5 \cdot 10^4]$	$5,31 \cdot 10^{-3}$	$5,32 \cdot 10^{-3}$	$5,30 \cdot 10^{-3}$	$5,25 \cdot 10^{-3}$	$5,26 \cdot 10^{-3}$
$[10^2,10^2,5 \cdot 10^3]$	$4,92 \cdot 10^{-1}$	$4,74 \cdot 10^{-1}$	$4,50 \cdot 10^{-1}$	$4,44 \cdot 10^{-1}$	$4,39 \cdot 10^{-1}$
$[16,16,5 \cdot 10^3]$	$5,38 \cdot 10^{-1}$	$5,32 \cdot 10^{-1}$	$5,32 \cdot 10^{-1}$	$5,40 \cdot 10^{-1}$	$5,38 \cdot 10^{-1}$
$[16,16,5 \cdot 10^2]$	$4,97 \cdot 10^1$	$4,91 \cdot 10^1$	$4,90 \cdot 10^1$	$5,32 \cdot 10^1$	$4,94 \cdot 10^1$
$[0,0,5 \cdot 10^2]$	$3,92 \cdot 10^1$	$3,91 \cdot 10^1$	$3,92 \cdot 10^1$	$3,48 \cdot 10^1$	$3,85 \cdot 10^1$
$[0,0,10^3]$	$1,21 \cdot 10^1$	$1,12 \cdot 10^1$	$1,13 \cdot 10^1$	$1,13 \cdot 10^1$	$1,14 \cdot 10^1$
$[16,16,10^4]$	$1,35 \cdot 10^{-1}$	$1,35 \cdot 10^{-1}$	$1,35 \cdot 10^{-1}$	$1,35 \cdot 10^{-1}$	$1,35 \cdot 10^{-1}$
$[16,16,10^5]$	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$1,30 \cdot 10^{-3}$
$[10^2,10^2,10^5]$	$1,29 \cdot 10^{-3}$	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$1,29 \cdot 10^{-3}$	$1,29 \cdot 10^{-3}$	$1,29 \cdot 10^{-3}$

Tabulka 1: Střední kvadratické odchylky průběhů akustického tlaku od referenčního průběhu v bodech uvedených souřadnicemi



Obrázek 5: Pozice testovacího bodu [16,16,100]



Obrázek 6: Pozice testovacího bodu [100,100,10000]

nezkresleného poslechu, však bude moci být určena až pomocí subjektivních testů.

Poděkování

Tento výzkum je financován interním grantem ČVUT (CTU0314613) s názvem Digitální reproduktor. Mobilita byla financovaná grantem Barrande 1903003/13134.

Reference

- [1] Husník, L.: *Výhody a nevýhody digitálního reproduktoru*, Akustické listy CSAS 4 Vol. 7(2001) 19–20.
- [2] Huang, Y., Busbridge, S.C., Gill, D.S.: *Distortion and Directivity in a Digital Transducer Array Loudspeaker*, J. Audio. Eng. Soc.: Vol. 49, No. 5, May 2001.
- [3] Rehder, J., Rombach, P., Hansen, O.: *Magnetic Flux Generator for Balanced Membrane Loudspeaker*, Transducers'01, Proceedings, 2001.
- [4] Rufer, L.: *La modélisation des microsystemes électromécaniques*, in Mir, S. (Ed.), *Conception des microsystemes sur silicium*. Traité EGEM, Hermes Science Publications, pages 101–128, 2002.
- [5] Husník, L.: *Porovnání různých principů elektroakustické přeměny z hlediska vhodnosti použití v digitálním reproduktoru*, Sborník ATP 2002, Brno, 21. 5. 2002, pp 38–43.

Akustická rezonance v poli rovinných, cylindrických a sférických vln

Milan Červenka

ČVUT–FEL, Technická 2, 166 27 Praha 6
e-mail: cervenm3@feld.cvut.cz

This paper deals with the problems of finite-amplitude standing waves in field of planar, cylindrical and spherical waves. A general 3-D nonlinear wave equation in the second approximation for thermoviscous dissipative gas is found and subsequently, it is simplified to 1-D form describing planar, cylindrical and spherical waves. Resonance conditions are analytically obtained in the first approximation, analysis of the nonlinear equation is performed numerically.

1. Úvod

V posledních letech lze v odborné literatuře vysledovat zvýšený zájem o problematiku nelineárních stojatých vln v akustických rezonátorech, což je způsobeno novými možnostmi technologického využití zvukových vln extrémních amplitud v průmyslu, medicíně a dalších odvětvích lidského konání. Stojaté zvukové vlny vysokých amplitud se generují v rezonančních dutinách, přičemž nelineární jevy, které zapříčiňují zvýšenou disipaci akustické energie, jsou potlačovány například vhodnou volbou tvaru rezonanční dutiny, vhodnou volbou budicího signálu, případně využitím různých selektivně absorpčních materiálů. Každopádně, ve všech těchto případech se pracuje pouze s rovinnými vlnami.

V tomto článku jsou zkoumány vlny akustické rezonance v poli cylindrických a sférických vln vysokých amplitud a je provedeno porovnání těchto vlastností s případem vln rovinných.

2. Nelineární vlnová rovnice

2.1. Trojrozměrný případ

Pro nalezení vlnové rovnice vhodné k popisu rovinných, cylindrických a sférických stojatých zvukových vln konečných amplitud ve viskózním a tepelně vodivém plynu je možné vyjít z rovnice kontinuity a Navierovy-Stokesovy rovnice, viz např. [1], [2], [3],

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1a)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla p + \left(\zeta + \frac{4}{3} \eta \right) \nabla^2 \mathbf{v} + \left(\zeta + \frac{\eta}{3} \right) \nabla \times \nabla \times \mathbf{v}, \quad (1b)$$

doplněné o stavovou rovnici pro ideální plyn ve druhém přiblížení

$$p' = c_0^2 \rho' + \frac{c_0^2}{2\rho_0} (\gamma - 1) \rho'^2 - \kappa \left(\frac{1}{c_V} - \frac{1}{c_P} \right) \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (2)$$

viz např. [1], [4]. Zde ρ je hustota, \mathbf{v} je vektor akustické rychlosti, p je tlak, $p' = p - p_0$ je akustický tlak¹, $\rho' = \rho - \rho_0$ je akustická hustota, t je čas, c_0 je rychlost šíření malého vzruchu, η a ζ jsou koeficienty příčné a objemové viskozity, κ je součinitel tepelné vodivosti, $\gamma = c_P/c_V$ je adiabatický exponent, přičemž koeficienty c_P a c_V jsou měrné tepelné kapacity při konstantním tlaku a objemu.

Budeme-li uvažovat

$$\frac{p'}{p_0} \sim \frac{\rho'}{\rho_0} \sim \frac{|\mathbf{v}|}{c_0} \sim \mu,$$

kde μ je malý bezrozměrný parametr a budeme-li předpokládat že zvukové pole je nevírové, můžeme při zavedení rychlostního potenciálu

$$\mathbf{v} = \nabla \varphi$$

odvodit modelovou rovnici pro popis zvukových vln ve druhém přiblížení, viz např. [5], [6], ve tvaru

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \varphi = \\ = -\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\gamma - 1}{2c_0^2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 + (\nabla \varphi)^2 - \frac{b}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \right], \quad (3) \end{aligned}$$

kde

$$b = \zeta + 4\eta/3 + \kappa (1/c_V - 1/c_P)$$

je koeficient difúze.

Z výsledků řešení rovnice (3) doplněné o vhodné okrajové a počáteční podmínky je možné následně vypočítat akustickou rychlost (pomocí definice rychlostního potenciálu) a akustický tlak ze vztahu

$$\begin{aligned} p' = -\rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\rho_0}{2c_0^2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 - \\ - \frac{\rho_0}{2} (\nabla \varphi)^2 + \frac{1}{c_0^2} \left(\zeta + \frac{4}{3} \eta \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \quad (4) \end{aligned}$$

odvozeného z Navierovy-Stokesovy rovnice, viz [6].

¹Indexem 0 jsou označeny klidové (rovnovážné) hodnoty.

2.2. Jednorozměrný případ

Omezíme-li se na jednorozměrný případ (veličiny zvukového pole budou funkcemi pouze jedné prostorové souřadnice a času), můžeme pro rovinné vlny psát $\varphi(x, y, z, t) = \varphi(x, t)$, takže

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0 \implies \nabla = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2},$$

pro vlny cylindrické $\varphi(r, \phi, z, t) = \varphi(r, t)$ dostaneme

$$\frac{\partial}{\partial \phi} = \frac{\partial}{\partial z} = 0 \implies \nabla = \frac{\partial}{\partial r}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$$

a v případě vln sférických, kde $\varphi(r, \theta, \phi, t) = \varphi(r, t)$ bude platit

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \phi} = 0 \implies \nabla = \frac{\partial}{\partial r}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r},$$

viz např. [7].

Modelová rovnice (3) potom bude mít tvar

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{n}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{b}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial t^3} + \\ + \frac{\gamma - 1}{2c_0^4} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)^2, \end{aligned} \quad (5)$$

kde $n = 0$ pro rovinné vlny (prostorová souřadnice x zde byla přejmenována na r), $n = 1$ pro cylindrické vlny a $n = 2$ pro vlny sférické.

Obdobnou úpravou dostaneme vztah pro výpočet akustického tlaku ve tvaru

$$\begin{aligned} p' = -\rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\rho_0}{2c_0^2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 - \\ - \frac{\rho_0}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{c_0^2} \left(\zeta + \frac{4}{3} \eta \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

3. Analýza modelové rovnice

Pro účely další analýzy je vhodné modelovou rovnici (3) převést do bezrozměrného tvaru zavedením nových veličin a souřadnic

$$T = \omega t, \quad R = \frac{r - r_1}{l}, \quad R_1 = \frac{r_1}{l}, \quad \Phi = \frac{\varphi}{l^2 \omega_0}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0},$$

kde r_1 a r_2 jsou polohy okrajů rezonanční dutiny a $l = r_2 - r_1$ je jejich vzdálenost. Kmitočet $\omega_0 = \pi c_0 / l$, je nejnižší vlastní kruhový kmitočet pro rovinné vlny.

S použitím nových bezrozměrných veličin má modelová rovnice (5) tvar

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} + \frac{n}{R + R_1} \frac{\partial \Phi}{\partial R} - \pi^2 \Omega^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2} = -\pi^2 \Omega^2 G_{TV} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial T^3} + \\ + \pi^4 \frac{\gamma - 1}{2} \Omega^3 \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial T} \right)^2 + \pi^2 \Omega \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial R} \right)^2, \end{aligned} \quad (7)$$

kde $G_{TV} = b\omega / \rho_0 c_0^2$ je koeficient popisující termoviskózní ztráty.

Bezrozměrný tvar vztahu (6) je

$$P' = -\Omega \frac{\partial \Phi}{\partial T} - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial R} \right)^2 + \frac{\pi^2 \Omega^2}{2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial T} \right)^2 + \Omega G_V \frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2}, \quad (8)$$

kde $P' = p' / \pi^2 \rho_0 c_0^2$ a $G_V = \omega(\zeta + 4\eta/3) / \rho_0 c_0^2$.

3.1. Analýza v prvním přiblížení

V prvním přiblížení (bez uvažování nelineárních jevů a disipace) je možné analyticky určit kmitočty jednotlivých vlastních módů. V tomto případě bude pravá strana rovnice (7) nulová a budeme-li uvažovat rychlostní potenciál jako

$$\Phi(R, T) = \Phi(R) e^{jT},$$

přejde do tvaru

$$\frac{d^2 \Phi}{dR^2} + \frac{n}{R + R_1} \frac{d\Phi}{dR} + \pi^2 \Omega^2 \Phi = 0, \quad (9)$$

z níž je možné za použití okrajových podmínek

$$\frac{d\Phi}{dR} = 0, \quad \text{pro } R = 0 \quad \text{a} \quad R = 1 \quad (10)$$

analyticky nalézt frekvenční rovnice, viz např. [8], a podmínky rezonance Ω pro jednotlivé případy R_1 a n .

Rovinné vlny ($n = 0$)

Pro případ rovinných vln přechází rovnice (9) do jednoduchého tvaru

$$\frac{d^2 \Phi}{dR^2} + \pi^2 \Omega^2 \Phi = 0, \quad (11)$$

má řešení

$$\begin{aligned} \Phi &= A \sin \pi \Omega R + B \cos \pi \Omega R, \\ \frac{d\Phi}{dR} &= \pi \Omega A \cos \pi \Omega R - \pi \Omega B \sin \pi \Omega R, \end{aligned}$$

kde A a B jsou integrační konstanty. Z okrajových podmínek (10) pro $R = 0$ vyplývá, že $A = 0$, okrajová podmínka pro $R = 1$ je pak identicky splněna pro

$$\Omega = m, \quad \text{kde } m = 1, 2, 3, \dots, \quad (12)$$

což znamená, že jednotlivé vyšší vlastní kmitočty jsou celočíselnými násobky kmitočtu základního.

Cylindrické vlny ($n = 1$)

Pro případ cylindrických vln přechází rovnice (9) do tvaru

$$\frac{d^2 \Phi}{dR^2} + \frac{1}{R + R_1} \frac{d\Phi}{dR} + \pi^2 \Omega^2 \Phi = 0, \quad (13)$$

má řešení

$$\begin{aligned} \Phi &= AJ_0[\pi \Omega (R + R_1)] + BY_0[\pi \Omega (R + R_1)], \\ \frac{d\Phi}{dR} &= -\pi \Omega AJ_1[\pi \Omega (R + R_1)] - \pi \Omega BY_1[\pi \Omega (R + R_1)], \end{aligned}$$

kde J_ν, Y_ν jsou Besselovy funkce prvního a druhého druhu ν -tého řádu, A a B jsou integrační konstanty. Z okrajové podmínky (10) pro $R = 1$ lze určit

$$A = -B \frac{Y_1[\pi\Omega(1 + R_1)]}{J_1[\pi\Omega(1 + R_1)]},$$

takže

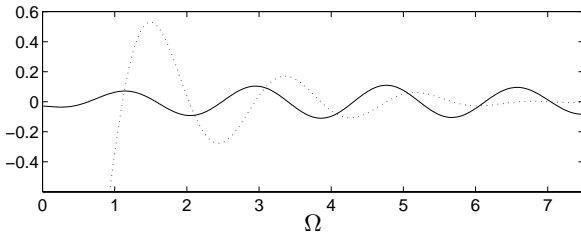
$$\frac{d\Phi}{dR} = \pi\Omega B \left[\frac{Y_1[\pi\Omega(1 + R_1)]J_1[\pi\Omega(R + R_1)]}{J_1[\pi\Omega(1 + R_1)]} - \frac{J_1[\pi\Omega(1 + R_1)]Y_1[\pi\Omega(R + R_1)]}{J_1[\pi\Omega(1 + R_1)]} \right], \quad (15)$$

odkud vyplývá, že okrajová podmínka pro $R = 0$ je identicky splněna pro Ω vyhovující frekvenční rovnici

$$J_1[\pi\Omega(1 + R_1)]Y_1[\pi\Omega R_1] = Y_1[\pi\Omega(1 + R_1)]J_1[\pi\Omega R_1], \quad (16)$$

kterou lze řešit numericky.

Grafické znázornění řešení rovnice (16) je uvedeno na obrázku 1. Je odtud patrné, že vyšší vlastní módy nejsou celočíselnými násobky módu základního.



Obrázek 1: Grafické znázornění řešení rovnice (16) pro $R_1 = 0,1$. Tečkovaně je vykreslena levá strana rovnosti, plnou čarou pak strana pravá

Sférické vlny ($n = 2$)

Pro případ sférických vln přechází rovnice (9) do tvaru

$$\frac{d^2\Phi}{dR^2} + \frac{2}{R + R_1} \frac{d\Phi}{dR} + \pi^2\Omega^2\Phi = 0, \quad (17)$$

jejíž řešení je

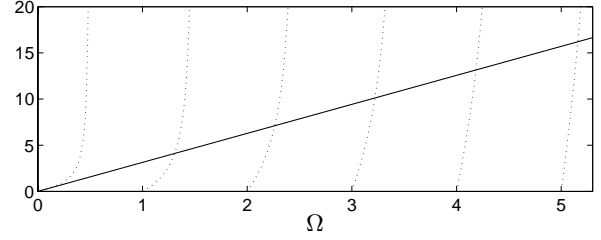
$$\Phi = A \frac{\sin \pi\Omega R}{R + R_1} + B \frac{\cos \pi\Omega R}{R + R_1}, \quad (18)$$

kde A a B jsou integrační konstanty. Spolu s okrajovými podmínkami (10) je možné obdobným způsobem jako v předchozím případě (i když výpočet je mnohem pracnějším) nalézt frekvenční rovnici pro Ω ve tvaru transcendentní rovnice

$$(1 + \pi^2\Omega^2 R_1 + \pi^2\Omega^2 R_1^2) \tan \pi\Omega = \pi\Omega, \quad (19)$$

kterou je možné řešit numericky.

Grafické znázornění řešení rovnice (19) je uvedeno na obrázku 2. Je odtud patrné, že stejně jako v předchozím případě, vyšší vlastní módy nejsou celočíselnými násobky módu základního.



Obrázek 2: Grafické znázornění řešení rovnice (19) pro $R_1 = 0,1$. Tečkovaně je vykreslena levá strana rovnosti, plnou čarou pak strana pravá

3.2. Analýza ve druhém přiblížení

Pro popis zvukových vln s uvažováním jevů nelineárních a disipativních je třeba uvažovat vlnovou rovnici ve tvaru (7). Vzhledem k tomu, že takováto rovnice nemá dosud známé přesné analytické řešení, můžeme k jejímu studiu použít prostředků numerické matematiky, viz např. [9], [10]. Za tímto účelem je vhodné snížit řád diferenciální rovnice (s využitím definice rychlostního potenciálu)

$$\frac{\partial V}{\partial R} = -\frac{n}{R + R_1}V + \pi^2\Omega^2 \frac{\partial^2\Phi}{\partial T^2} + \pi^2\Omega^2 G_{TV} \frac{\partial^3\Phi}{\partial T^3} + \pi^4 \frac{\gamma - 1}{2} \Omega^3 \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial\Phi}{\partial T} \right)^2 + \pi^2\Omega \frac{\partial V^2}{\partial T}, \quad (20a)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial R} = V. \quad (20b)$$

Okrajové podmínky pro normovanou akustickou rychlost můžeme uvažovat ve tvaru

$$V(R = 0, T) = 0, \quad V(R = 1, T) = U(T), \quad (21)$$

kde $U(T)$ je normovaná budič rychlost. Budeme-li ji uvažovat periodickou, můžeme psát

$$U \approx \sum_{k=-N}^N U_k e^{jkT},$$

řešení soustavy (20) potom můžeme předpokládat ve tvaru

$$\Phi(R, T) = \sum_{k=-N}^N \Phi_k(R) e^{jkT}, \quad V(R, T) = \sum_{k=-N}^N V_k(R) e^{jkT}$$

a soustavu parciálních diferenciálních rovnic (20) převést na soustavu obyčejných diferenciálních rovnic

$$\frac{dV_k}{dR} = -\frac{n}{R + R_1}V_k - \pi^2 k^2 \Omega^2 (1 + jkG_{TV})\Phi_k - jk\pi^4 \frac{\gamma - 1}{2} \Omega^3 \sum_{l=k-N}^N (k - l)\Phi_{k-l}l\Phi_l + jk\pi^2 \Omega \sum_{l=k-N}^N V_{k-l}V_l, \quad (22a)$$

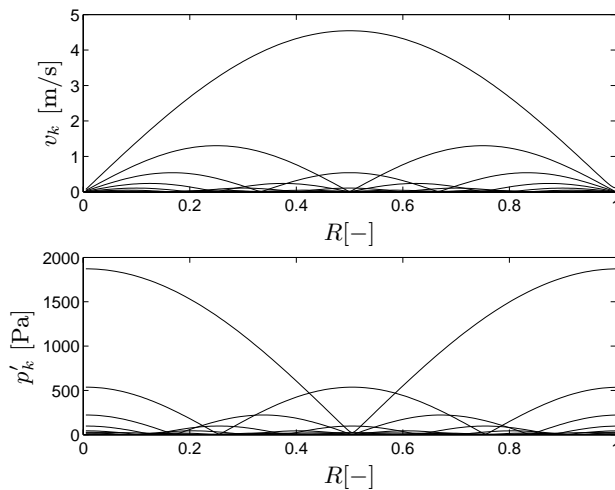
$$\frac{d\Phi_k}{dR} = V_k, \quad (22b)$$

kteří je možné řešit numericky například metodou Runge-Kutta 5. řádu, okrajovou úlohu (21) pak metodou střelby.

4. Numerické výsledky

V následujícím odstavci jsou uvedeny výsledky numerického řešení rovnice (7) s okrajovými podmínkami (10) pro vzduch za pokojové teploty a normálního tlaku, $r_1 = 0,02$ m, $l = 0,1$ m, $G_{TV} = 10^{-2}$ (kvůli stabilitě numerického řešení je nutné zavést tzv. umělý útlum, konstanta G_{TV} je určena experimentálně, viz např. [6], [9]).

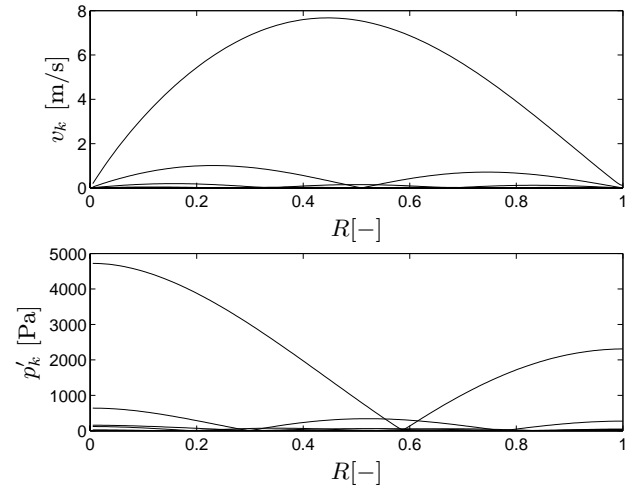
Na obrázcích 3 až 5 jsou uvedena rozložení amplitudy spektra jednotlivých harmonických akustické rychlosti a akustického tlaku podél rezonanční dutiny pro případ rovinných, cylindrických a sférických vln, ve všech případech je amplituda budící rychlosti stejná $u = 0,22$ m/s, průběh sinusový.



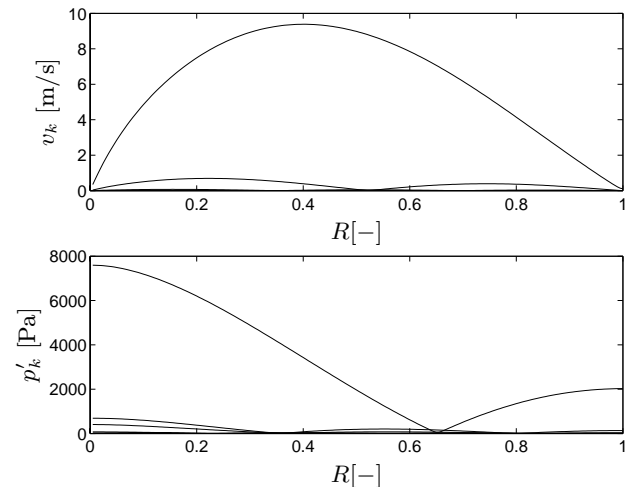
Obrázek 3: Rovinné vlny – rozložení amplitudy spektra akustické rychlosti a akustického tlaku pro amplitudu buzení $u = 0,22$ m/s a $\Omega = 1$ (rezonance)

Z obrázků je patrné, že v případě cylindrických a sférických vln je při stejném buzení dosaženo vyšších amplitud akustických veličin zejména proto, že pro vyšší harmonické složky (vzniklé díky nelineárním interakcím) nejsou splněny rezonanční podmínky.

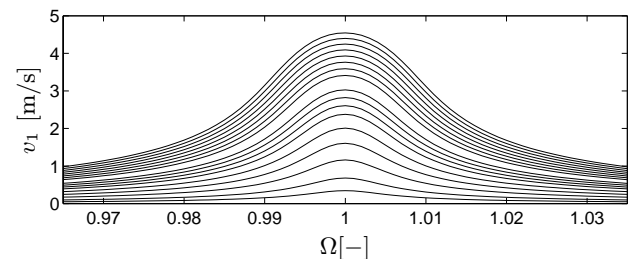
Na obrázcích 6 až 8 jsou uvedeny kmitočtové charakteristiky (maximální amplituda první harmonické složky spektra akustické rychlosti) v závislosti na amplitudě budící rychlosti. Ve všech případech je zde $u_{\max} = 0,22$ m/s. Z obrázků je patrné, že v případě rovinných vln jsou jednotlivé kmitočtové charakteristiky téměř symetrické a s rostoucí amplitudou buzení nedochází k posuvu rezonančního kmitočtu. Jiná situace nastává v případě cylindrických a sférických vln, kde jsou frekvenční charakteristiky pro vyšší amplitudy buzení nesymetrické a rezonanční kmitočty s amplitudou buzení mírně roste (vykazuje tzv. *hardening-spring* charakteristiku).



Obrázek 4: Cylindrické vlny – rozložení amplitudy spektra akustické rychlosti a akustického tlaku pro amplitudu buzení $u = 0,22$ m/s a $\Omega = 1,094$ (rezonance)



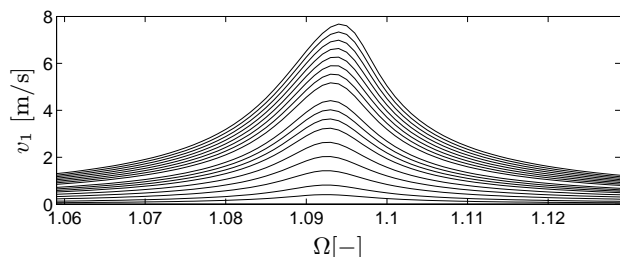
Obrázek 5: Sférické vlny – rozložení amplitudy spektra akustické rychlosti a akustického tlaku pro amplitudu buzení $u = 0,22$ m/s a $\Omega = 1,225$ (rezonance)



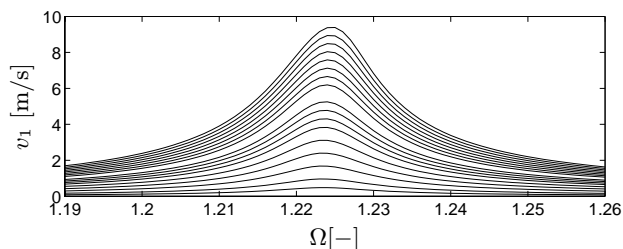
Obrázek 6: Rovinné vlny – amplitudově-frekvenční charakteristika, $u_{\max} = 0,22$ m/s

5. Závěr

V článku byla nalezena nelineární vlnová rovnice ve druhém přiblížení pro zvukové vlny šířící se ve viskózních a te-



Obrázek 7: Cylindrické vlny – amplitudově-frekvenční charakteristika, $u_{\max} = 0,22$ m/s



Obrázek 8: Sférické vlny – amplitudově-frekvenční charakteristika, $u_{\max} = 0,22$ m/s

plně vodivých plynech a následně byla zjednodušena pro případ jednorozměrných rovinných, cylindrických a sférických vln. V prvním přiblížení byly analyticky nalezeny rezonanční podmínky, ukázalo se, že obdobně jako u rezonančních dutin s proměnným průřezem, nejsou v případě cylindrických a sférických vln vyšší vlastní módy celočíselnými násobky módu základního.

Numerickým řešením nelineární vlnové rovnice bylo zjištěno, že v případě cylindrických a sférických vln dochází při rostoucí amplitudě stojaté vlny ke zvyšování rezonančního kmitočtu.

Poděkování

Tato práce byla podporována interním grantem ČVUT 0313813, grantem GAČR 202/01/1372, výzkumným záměrem J04/98:212300016 a granty MŠMT LA 055 a LN00A100.

Reference

- [1] Rudenko, O., V., Soluyan, S., I.: *Theoretical foundations of nonlinear acoustics*, Consultants Bureau, New York, 1977.
- [2] Blackstock, D., T.: *Fundamentals of physical acoustics*, A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2000.
- [3] Hamilton, M., F., Blackstock, D., T.: *Nonlinear Acoustics*, Academic Press, San Diego, 1998.
- [4] Makarov, S., Ochmann, M.: *Nonlinear and Thermo-viscous Phenomena in Acoustics, Part I*, ACUSTICA – acta acustica, Vol. 82, 579–606, 1996.
- [5] Kuzněcov, V., P.: *Sov. Phys. Acoust.*, Vol. 16, str. 476, 1971.
- [6] Červenka, M.: *Nelineární stojaté vlny v tekutinách*, [disertační práce], FEL–ČVUT, Praha, 2003.
- [7] Rektorys, k.: *Přehled užití matematiky*, Nakladatelství Prometheus, 1996.
- [8] Brepta R., Půst, L., Turek, F.: *Mechanické kmitání*, Sobotáles, Praha, 1994.
- [9] Ilinskii, Y., A., Lipkens, B., Lucas, T., S., Van Doren, T., W., Zabolotskaya, E., A.: *Nonlinear standing waves in an acoustical resonator*, J. Acoust. Soc. Am. **104**, 2664–2674, 1998.
- [10] Bednařík, M., Červenka, M.: *Nonlinear Waves in Resonators*, Nonlinear Acoustics at the Turn of the Millennium, Institute of Physics, 165–168, 2000.

Pokyny pro přípravu příspěvků do Akustických listů

Příspěvky do Akustických listů je možné napsat v jazyce českém, slovenském nebo anglickém. Příspěvky se dodávají v elektronické podobě na e-mailovou adresu *brothan@fel.cvut.cz* nebo *jiricek@fel.cvut.cz*.

Pro vypracování příspěvku je možné použít textový editor:

- **L^AT_EX** (do něj jsou příspěvky převáděny)
- **Word**
- **jiný** – zvláště text a obrázky. Doporučujeme předem konzultovat s redakcí.

Na webové stránce

http://www.czakustika.cz/csas_cz.htm

jsou umístěny ukázky příspěvků pro L^AT_EX, resp. Word včetně použitého classu, resp. šablony. Jejich použití velice zjednoduší tvorbu vlastního příspěvku.

redakce

Akustické listy: ročník 9, číslo 3 říjen 2003
Vydavatel: Česká akustická společnost, Technická 2, 166 27 Praha 6
Počet stran: 24 Počet výtisků: 200

Redakční rada: M. Brothánek, O. Jiříček, J. Kozák, R. Čmejla, F. Kadlec, J. Štěpánek, P. Urban
Uzávěrka příštího čísla Akustických listů je 28. listopadu 2003.

ISSN: 1212-4702

Vytisklo: Ediční středisko ČVUT

© ČsAS
NEPRODEJNÉ!